11ª. = 2636

14 on v.

FCC 71.377

~~71 – 7.~~

~~64 – 5 n° 18855~~

21677

IN GEOMETRIA MALE RESTAVRATA AB AVTHORE A. S. L. RIMÆ DETECTÆ

A

PETRO PAVLO CARAVAGIO MEDIOLANENSI.

ACCESSIT INDEX ERRORVM

ANTONII SANCTINII

IN APPENDICE INCLINATIONVM.

CVM PRIVILEGIO.



MEDIOLANI, MDCL.

Ex Typographia Ludouici Montiæ ad Plateam Mercatorum.

De conſenſu Superiorum.

ILLVSTRISSIMO DOMINO

COM. BARTHOLOMÆO

ARESIO

A ſecretiori Cõſilio Philippi IV. Maximi Hiſpaniarum Regis, & in Mediolanenſi Ducatu Reddituum Ordinar. Præſidi.

Se ſe, atque iſta dedicat, & conſecrat

PETRVS PAVLVS CARAVAGIVS.

TIBI, cuius ampliſſimis conſilijs, cogitationibuſq; quidquid ad publicam noſtram vtilitatem ſpectat creditum eſt, hęc, quæ publicæ vtilitati ſcribo, dono, & dico; non vt celeberrimi nominis tui ſplendori aliquid addam; neq; vt nomini meo famã pariam, ſed ne illibato Geometriæ candori officeretur, cum nihil ſit perniciofius,

quàm ſi ea,quę pro publica vtilitate inſtituta ſunt, nonnullorum malitia, aut ignorantia corrumpantur. Vix enim quidquã reperiri poteſt Geometria conducibilius, ſiue pacem ſpectes, ſiue bellum. Hæc cæteras moderatur artes, ab hac terreſtris, & naualis Architectura dirigitur; ab hac pendet omnis menſuræ ponderumque ratio, & cum pondere, & menſura omnis commutatiua, & diſtributiua iuſtitia. In bello verò quis ſine Geometria poſſet tormenta inuenire, fabricare, ac dirigere, exercitus ducere, & ordinare, caſtrametari, oppugnare, propugnareue arces, ac vim hoſtium, impetumque propulſare? Geometria corrupta, cætera, quæ inde oriuntur corrumpi neceſſe eſt. Hinc eſt, vt cum ipſam nonnullorum ignorantiã malè acceptam, & fœdatam viderim, priſtino illam candori reſtituere, maculas abſtergendo neceſſarium duxerim, & ſub

nobi-

nobiliſſimæ familię tuæ ſtemmate, alarum ſcilicet tuarum vmbra, collocare, non, vt ab imperitorum contumelijs ſecura quieſcat, ſed vt auſpicijs tuis nutrita magis creſcat in dies, & ob Muſarum cultum priſtinum redeat Italię decus cæteris Nationibus demandatum. Quod non minus Vniuerſis maximè vtile, quam nomini tuo glorioſiſſimum, ac celeberrimũ futurum eſſe exiſtimo. Et certus, me non ſurdo numini vota mea nuncupare, te primum inter Mortales elegi, quem noſtra Matheſis ſalutaret, quia non alium agnoui, qui adeò nobilis, adeò vtilis ſcientię promouendę Arbiter eſſe poſſit; nec alium, quem ego colam impenſius. Atque ſanè ſpero me, qui ad Matheſim promouendam te nunc inuito, ſemel futurũ eiuſdem à te promotę Præconem, ſi mens mea, domeſticis curis aliquantiſper explicita, proprio poterit genio indulgere.

Interim

Interim faue ſtudio, & conatui meo, & hoc munus, leuidenſe quidem illud, ſed tamen debitum tibi accipe ea fronte, qua ſoles ea, quæ publico bono nata ſunt, accipere. Sic enim ſpero, hoc meæ erga te obſeruantiæ teſtimonium non futurum eſſe contemptui. Vale.

Die 26. Nouembris 1649.

SUpraſcriptum Opus, cui titulus eſt. *In Geometria maſe reſtaurata &c.* Reuerendiſsimus P. Inquiſitor Mediolani curauit eſſe reuidendum, vt ſi quid in eo, quod Catholicæ Fidei aduerſetur, repertum fuerit, omnino ab eo dematur.

Franciſcus Cuccinus Magiſt. & Inquiſitor Generalis Mediolani &c.

IUſſu Reuerendiſs. Patris Inquiſitoris Generalis Mediolani, præſens Opus vidit, & approbauit Fr. Cabrius Zacchæus Sacræ Theologiæ Magiſter, & eiuſdem Reuerendiſs. Patris Inquiſitoris Modoetiæ Vicarius. Cum nihil in eo repererit, nec contra Fidem, nec contra bonos mores.

Imprimatur.

Fr. Franciſcus Cuccinus Magiſter, & Inquiſitor Generalis Mediolani &c.

Io. Paulus Mazuchellus pro Eminentiſs. D. Cardinali Archiep.

Comes Maioragius pro Excellentiſs. Senatu &c.

IN GEOMETRIA

Malè Reſtaurata

AB AUTHORE A. S. L.

RIMÆ DETECTÆ

A PETRO PAVLO CARAVAGIO

MEDIOLANENSI.

SCire omnibus vtile eſt, tàm priuatis Hominibus, quàm publicis: publicis verò etiàm neceſſarium, cum ipſis non ſibi tantùm, ſed publicæ vtilitati ſit ſciendum. Quare, quicunq; publicas res aliqua ex parte adminiſtrant, non eo ſuſpiciendi ſunt nomine, quòd opulentis ſtipendijs conducti, ſummis fungantur muneribus; ſed, quòd ità ſcientijs ſint inſtructi, vt conſtituta ſtipendia promereri, & ſuo poſſint muneri ſatiſfacere. At quorſum hæc? exaggerata fama de Alexandri Campioni in Mathematicis doctrina, ſinuoſis Inſubrici Cæli anfractibus repercuſſa, auribus meis inſonuit. Audiui de illo prædicari, quòd in Hiſpanorum Exercitu maioris Mathematici nomen gereret, & munus; quòd primum inter militares Architectos gradum teneret; quòd ſingulis menſibus centum quinquaginta coronatis mercedis loco donaretur. Hinc ingens tàm celebris Viri conueniendi, & arctam cum eo amicitiam iungendi, ac colendi, deſiderium animo meo inceſſit. Anſam quæſiui, inueni, & arripui, videndi chorographicam quandam deſcriptionem oppugnatæ à Gallis Cremonæ, & ab Inuictiſſimo Duce Marchione de Caracena defenſæ. Virum conueni, qui cognito deſiderio meo, volumen explicauit, mihiq; tabulam videndam exhibuit, in qua, tùm Gallica Cremonæ oppugnatio, tùm Hiſpanica repugnatio omnibus numeris ichnographicè depicta conſpiciebatur: laudaui accuratam Viri diligentiam, colorum varietatem, oculis illecebras facientem: Dein ad geometricas ſpeculationes ſermones flexi

(quod vnicum obiectum ad tantum Virum inuiſendum me mouerat) incidère in fabulam recentiores Mathematici, nominibus potiùs, quàm doctrinis, inter quos verè noſtri ſæculi Archimedes Franciſcus Vieta. Ex huius nomine occaſionem ſumpſit interrogandi, quid mihi de quodam libello videretur, cui titulus.

Supplementi Franciſci Vietæ, ac Geometriæ totius inſtauratio Authore

A. S. L.

I*Mpreſſo Pariſijs anno* 1644., in quo Deliaci Problematis de cubi duplicatione Geometrica ſolutio exhibetur, cum propoſitione 21. problemate 17. doceat.

Duas Medias inter extremas lineas in ſerie quatuor proportionalium Geometricè reperire.

REſpondi maximum eſſe promiſſum, & vniuerſo Mathematicorum cœtui exoptatum, cum in hoc problemate hucuſq; tot præclariſſima Eruditiſſimorum Virorum ingenia deſudarint, & fruſtra, quotieſcunq; à mechanicis organis, ſolidis, aut linearibus demonſtrationibus, hoc eſt conicis ſectionibus, ellipticis, hyperbolicis, parabolicis, ſpiralibus, quadratricibus, & ſimilibus lineis diſceſſerunt: Sed huiuſce libelli Auctorem in hac propoſitione, non demonſtrationem conſtruere, ſed in paralogiſmum incidere, dum ſumit pro medio id, quod eſt probandum, & non probat, nec axioma eſt ita patens lumine naturæ, vt non egeat probatione. Hæc mihi aſſerenti graui ſupercilio obiecit auctoris ſibi amiciſſimi nomen, mihi iam cognitum (quod, cum auctor ipſe ſuppreſſerit, & ego nunc ſupprimo) & cum nomine, quaſi meam temeritatem exprobrans, auctoritatem, & munus, quo, magno ære conductus, in Ampliſſima Orbis Terrarum Vrbe nunc fungitur. Indicaui paralogiſmum, qui conſiſtit in quadam linea, quam dicit alteri lineæ eſſe parallelam, ſed non probat; adiunxi, hoc idem me per intimum mihi, & amicitia, & beneuolentia Equeſtrem Virum, ipſimet auctori tribus abhinc annis indicaſſe, cum imperfectam demonſtrationem perfici exoptarem potius, quàm Aucto-

rem conuincere paralogiſmi. Sed præter dilationes, donec nouum quoddam ab ipſo ederetur opuſculum, aliud obtinere non potui. His dictis aliò verba contorſi, paucisq; ſermonibus habitis ſalutato tàm celebri, tàm erudito Viro, tandem diſceſſi.

Sequentibus diebus, cum mihi animus, ac mens tota extrà geometricas contemplationes, quantitatis menſuras, proportioneſq; vagaretur, occurrunt vndique Campioni, & Amici, & Alumni, ſignificantes, illum hanc in arenam deſcendiſſe, vt, aut me de calumnia argueret, aut laboranti demonſtrationi ſuccurreret. Quibus ego, Campionum, ea ſi præſtaret, optimè de vniuerſa Geometria, ac de vniuerſo Mathematicorum cœtu meriturum; neque mihi fore diuidiæ, publicum ob bonum calumniæ conuinci; nàm quæ calumniæ meæ debebitur pæna, erit doceri (quod vnum exopto) vt vtar animo perfectiore; neque ignorantiam meam confiteri erubeſco; nam quod ſcio, mihi ſcio, quod ignoro, mihi ignoro, & eodem tempore, quo ignoro, inſipientiæ meæ pœnas luo; & ſcientiæ, aut ignorantiæ meæ ſoli Deo, & mihi ſunt rationes reddendæ: publicis autem Viris, non ſolum Deo, & ſibi, ſed etiam hominibus, reddendæ ſunt, maximè ſi diſcere erubeſcant. Interea Mediolanum ſe contulit Doctiſſimus Vir Ioannes Baptiſta Druſianus publicus in Ticinenſi Gymnaſio Mathematicæ profeſſor, à quo in nonnullis congreſſibus cum ipſo habitis, dùm Mediolani verſaretur, iterum, atque iterum accepi, Campionum firmiſſimis, vallidiſſimiſq; demonſtrationibus ex Euclidis Officina deſumptis armatum, prædictæ demonſtrationis tutelam ſuſcipere,& gloriari ſe poſſe facile à paralogiſmo vindicare Auctorem, cum id, quod probandum reſtat, tàm facilè ex primis Euclidis elementis exurgat, vt non ſit demonſtrationis, ſed ignorantiæ defectus. Subieci, iam iam videbimus Campionum in Nundinis ſpatiantem, vt Pythagorico exemplo centum boues mercetur, quos immolet pro tanto inuento; addens, quid ſibi de hac re videretur, tùm ille, ſe curſim cognouiſſe, Campioni argumenta inniti Euclidis demonſtrationibus; vtatur verò illis, an abutatur, ſe non poſſe tàm temerè dijudicare. Hæc dicta me ad reuiſendas libelli propoſitiones excitarunt, non vtique, vt, Alexandri Campioni Mathematici Maioris exemplo. laboranti problemati ſuccurrerem; fateor enim meas vires tanto operi pares non eſſe, cum ego potiùs, quàm oleum, & operam perdere, ſatius ducam, aſſentiri carminibus celeberrimi Viri Franciſci Vietæ canentis.

Lege Geometrica quiſquis duce conſtruit, vnum
  Ad duo, quæ data ſunt puncta, capit medium.
Sed medium duplex illum reperire neceſſe eſt,
  Quem mouet augendi fabrica iuſſa Cubi.
Tu numerare potes, numeroſq; reſoluere? binis
  Soluere de medijs arte Problema potes.
Septa Geometræ non egreſſurus, id ipſum
  Tentas? in vanum te, miſer, excrucias.
Quæ cauſſa? an illa hæc ars eſt præſtantior arte?
  Quodq; poteſt numerus, linea nonne poteſt?
Eſt data principium numeri monas, illius omnes
  Ad numeros ratio eſt nota ſubinde datos.
Sed nulla eſt ex ſe data linea, quæque relata eſt,
  Quod punctum ſola mente ſubeſt minimum.
Sic, cum principium menſuræ circulus extet,
  Ponitur ad radium quemlibet ille datum.
Qui verò exercet numeros, malè collocat horas,
  Si rectum curuo conciliare ſtudet.
Nempe eſt ad minimam cycloides linea rectam,
  Ad monadem ſicut maximus eſt numerus.
Infinita Dei vis non datur, vt datur vnus,
  Nec punctum eſt Cœli terra quod omnis habet.
Hæc ego perpendens myſteria Numinis alti,
  In Scirpo nodum quærere non ſtatuo.

Sed potiùs, vt viderem: ſi quid eſſet in dicto libello, quod venuſtate, quod nouitate, quod vtilitate ſua prædictæ propoſitionis notam tegeret, locumq; permitteret excuſationi illi, Quandoque Bonus dormitat Homerus; ſed quot vidi propoſitiones, tot inueni paralogiſmos: ſunt enim viginti quinque propoſitiones, & non plures, vigintiquinque paralogiſmis, immò multò pluribus, innixæ. Quod omnibus manifeſtum fieri è re publica eſſe cenſui, ne cæcutientes Geometræ, ob typorum auctoritatem, in eundem errorem traherentur; quod de peritis Geometris non eſt dubitandum, quibus iam cognitos eſſe huiuſce libelli paralogiſmos ſcio; cum quilibet, qui animaduertere velit, licet non niſi mediocriter in Mathematicis verſatus, cognoſcere poſſit; Sed ne imperitorum turba laberetur, maximè cum viderim oculis Campioni à propoſitionibus illis obiectam glaucomam, vt cæco monſtrante viam cum ductore licet admonitus videatur velle in foueam cadere.

Sed ad rem, libellumq; redeamus. Qui nuncio omnibus machinamentis Antiquorum remiſſo, ac ſimul Vietæo Poſtulato expulſo (ò audax dictum) aggreditur illa conſtruere ijs tantum, quæ communis Euclidea Schola amplectitur, admiſſis principijs, quæ hucuſq; vndecim Summi illi Artifices, Eudoxus, Plato, Hero, Apollonius, Diocles, Pappus, Sporus, Menechmus, Archytas, Eratoſthenes, ac denique Nicomedes, vt videre eſt apud Eutocium in Commentarijs ad Archimedem de ſphæra, & Cylindro, non ratione, ſed inſtrumento tantùm conſtituerunt. Cuius libelli ordo eſt qualis ab Auctore in ſua præfatione deſcribitur, in hæc verba.

Opuſculi itaque huius Ordo erit,

Vt per aliquot Problemata doceatur, quo pacto legitimè data recta linea inter connexum peripheriæ, & eiuſdem circuli eductam diametrum, aptari poſſit, vt ad datum pertineat punctum.

Deinde breuiter conſtruentur duo problemata à Marino Ghetaldo inſoluta, in ſuo Variorum relicta.

Poſtea Diuiſio tripartita anguli cuiuslibet ſuccedet plani.

Iſtis adnectentur aliqua problemata Vietæ in ſupplemento, & reſtituta per germanam conſtructionem dabuntur. Et ita totum illud ſupplementum intra leges Geometricas transferemus,

Heptagonum poſtea efformare monſtrabimus, non vnica Methodo. Similiter, & Enneagonus delineabitur.

Vlterius noua, ac generali forma, non tantum angulus rectilineus tripartito, ſed quintù, & ſeptufariam; imò in quauis alia ratione, in qua circulum diuiſiſſe conſtabit, dirimetur geometricè.

Præterea duas medias inter extremas in ſerie quatuor linearum, inuenire docebimus per plana geometricè: Vnde reſultabit ipſamet efformatio Cubi in quacunq; ratione proponatur; Quod erit verè per Plana Antiquum illud, ac famoſum Problema abſoluere.

Et paucis additis finem Opuſculi faciemus.

In ſeptem igitur partes ab ipſo auctore diuiditur opuſculum, quarum prima, ſecunda, tertia, quarta, & quinta ferè tota, vnica tantum parte includi poſſunt, cum ad primam reducantur, in qua per aliquot problemata docet, *Quo pacto legitimè data recta linea, inter connexum peripheriæ, & eiuſdem circuli eductam diametrum aptari poſſit, vt ad datum pertineat punctum.*

Hanc partem Auctor per ſex problemata abſoluit, quorum quodlibet nititur argumentis, in quibus eſt fallacia petitionis principij:

Quarè

Quare non per ſyllogiſmos, ſed paralogiſmos argumentatur, ſed non probat.

Hæc pars, quam abſoluit Vieta poſtulans ad ſupplendum Geometriç defectum ſibi concedi A quouis puncto ad duas quaſuis lineas, rectam ducere interceptam ab ijs præfinito poſſibili quocunq; interſegmento, abſoluitur à Vitellione in ſua Optica lib. 1. duabus propoſitionibus, quarum altera, quæ eſt centeſima, & vigeſima octaua, Geometricè, & per plana demonſtratur; altera verò per Conica expeditur, quam effectionem eſſe geometricam minori cum culpa credit Bartholomæus Souerus lib. 5. proportionis curui, & recti, à Pappo diſſentiens quàm hic noſter Auctor, qui illam paralogizans ad geometricam formam reducere conatur. Et ſanè vſque adeò paralogiſmis indulget, vt ne quid eſſet in toto opuſculo rectè demonſtratum, illud ipſum, quod Vitellio geometricè oſtendit, aſſumpto diuerſo medio à Vitellione, non ſolum non probat, ſed fallaciam conſtruit, qua & ipſe decipitur, & imperitos in ſequentibus propoſitionibus decipit, quod, vt innoteſcat, Auctoris textum fidiſſimè ad verbum reddam diuerſo charactere, vt diſtinguatur. Sit igitur.

Propoſitio Prima. *Problema primum.*

Dato in ſemicirculi peripheria, puncto, & linea externa; Hanc aptare inter eductam diametrum, & circuli connexum oporteat, vt ad punctum in peripheria datum pertineat.

Generale problema hoc illud eſt, ad quod ſynceriores Geometræ, alterius problematis ſolutionem de plani cuiuslibet anguli triſectione, in æquas referunt partes, vt à generibus longè extraneis permixtam expurgarent Geometriam.

Generale problema ad triſectionem anguli rectilinei cuiuſcunq; in æquas partes, non hoc eſt, ſed aliud generalius, nempe Vietæum poſtulatum, à quouis puncto ad duas quaſuis lineas, rectam ducere interceptam ab ijs prçfinito poſſibili quocunq; interſegmento. Nam illa angularis triſectio obtinetur etiam aptando lineam çqualem ſemidiametro circuli dati, quæ intercipiatur inter concauam circuli peripheriam, & lineam à centro ſemicirculi eductam in duos quadrantes ſemicirculum diuidentem, vt ad datum in ſemicirculo punctum perueniat. Item aptando æqualem datæ inter duas rectas concurrentes, & indefinitè continuatas, vt demonſtrabimus ad propoſitionem nonam huiuſce libelli. *Ha-*

Habet itaq; Symptomata non pauca, quorum opportuna magis, vt perſpicacius concipiantur per diſtincta nos afferemus problemata. Cæterum deinceps methodo prorſus diuerſa anguli plani triſectionem, & vlterius demonſtraturi. Problema itaq; vt proponitur, diuerſificari ex datis poteſt: vel quia externa linea maior, minor; aut æqualis exponatur ſemediametro circuli, & aſſignatum in peripheria punctum, in vertice quadrantis citra, vel vltra cadere poteſt.

Quod vniuerſaliter proponit, determinat; & quot facit caſus, tot conſtituit propoſitiones. Et cum faciat caſus ſex; tres reſpectu ſitus puncti in ſemicirculo, ſeu ſit in quadrantis vertice, ſeu citra, ſeu vltra verticem; & tres reſpectu lineæ comparatæ cum circuli ſemidiametro, prout habeat proportionem, vel æqualitatis, vel maioris, vel minoris inæqualitatis, conſtituit demonſtrandum in hac propoſitione, quando punctum eſt in quadrantis vertice, & data linea habet ad ſemidiametrum quamcunq; proportionem inæqualitatis, ſeu maioris, ſeu minoris: Nam ita format hypotheſim. *Sit primo loco in dato ſemicirculo A B D punctum in quadrantis vertice D, & linea externa G, maior, aut minor ſemidiametro.* Fig. 3.

Quam hypotheſim præcedere debuiſſet propoſitio hoc modo, quotieſcunque tot propoſitiones faciendæ fuiſſent, quot facit caſus, quod eſt fruſtratorium.

Dato in ſemicirculo puncto in quadrantis vertice, & linea externa hanc aptare inter eductam diametrum, & circuli conuexum, vt ad punctum datum pertineat, vel potius Vitellionis verbis vtendo propoſitione 128. lib. 1. ſuæ Opticæ.

Sumpta circuli diametro, & ſumpto in circumferentia puncto æqualiter diſtante à terminis diametri: poſſibile eſt ab eodem puncto ad diametrum eductam extra circulum ducere lineam rectam, quæ à circumferentia circuli extra circulum vſq; ad concurſum cum diametro ſit datæ lineæ æqualis.

Quod ſequenti demonſtratione docet, & addo demonſtrationem, vt auctoris noſtri paralogiſmi magis eluceſcant.

Eſto data linea QE, & datus circulus B A G, cuius diameter GB, & punctum datum in circuli circumferentia æqualiter diſtans ab extremis terminis diametri ſit A. Dico, quòd poſſibile eſt ab A puncto duci lineam vſque ad eductam diametrum G B, cuius pars à circumferentia circuli extra circulum, vſque ad concurſum cum diametro, ſit æqualis datæ lineæ QE. Ducantur rectæ AB & AG, quæ Fig. 1.

erunt

erunt æquales ex hypotheſi, & addatur lineæ QE linea talis, vt id, quod fit ex ductu totius lineæ cum adiuncta in adiunctam, æquale ſit quadrato lineæ AG per præcedentem, & ſit adiuncta EZ. Quare QZ erit maior, quàm AG; & EZ minor. Producatur ergo linea AG, donec fiat æqualis QZ, & ſit AGC, & centro A diſtantia AGC fiat circulus, qui ſecabit diametrum BG productam, & ſecet in puncto D, & ducatur linea AD, quæ neceſſariò ſecabit circulum. Si enim non ſecaret, cum AG, & AB ſint æquales, eſſet parallela diametro. Secet ergo in puncto H, & ducatur linea GH, erunt quadranguli BAHG in circulo deſcripti anguli oppoſiti ABG, & GHA æquales duobus rectis. Sed angulo ABG æqualis eſt angulus AGB. Ergo angulus AGB cum angulo GHA æquabit duos rectos. Sed angulus AGB cum angulo AGD eſt æqualis duobus rectis: Angulus igitur AGD eſt æqualis angulo AHG, & erunt duo triangula AHG, & AGD ſimilia, cum angulus AHG ſit æqualis angulo AGD, & angulus HAG communis, reliquus HGA erit æqualis reliquo ADG, & conſequenter, vt DA ad AG, ità eſt AG ad AH; & rectangulum, quod fit ab extremis DAH erit æquale quadrato mediæ AG. Sed DA eſt æqualis AC, & AC æqualis QZ. Ergo DA eſt æqualis QZ. Sed quod fit ex QZ, in ZE æquale eſt quadrato AG per conſtructionem; & quod fit ex DA in AH eidem quadrato AG æquale, erit linea AH æqualis lineæ ZE, & linea HD æqualis lineæ QE, quæ eſt linea data à dato puncto ad concurſum diametri BG ſic producta, vt à diametro, & conuexa circuli peripheria intercipiatur. Quod faciendum erat.

Quæ demonſtratio tota germana eſt, & vera, geometriciſq; cancellis terminata: quia tamen longior videri poteſt, aliam faciliorem ſubdemus, quæ, vt pote recta, erit iuxta Ariſtotelem non ſolum menſura ſui, ſed etiã obliqui: ex illa enim fallaciæ auctoris detegentur.

Fig. 2. Sit data recta GH, & ſemicirculus ACB, cuius diameter AB, & centrum D, à quo perpendicularis erigatur DC diuidens ſemicirculum in duos quadrantes AC, & CB. Oportet inter eductam diametrum, & circuli conuexum aptare lineam æqualem datæ GH, itaut pertineat ad punctum C. Ducatur linea AC, quæ media proportionalis ponatur inter duas, quarum differentia ſit linea data GH, & ſit maius extremum inuentum GI, & minus extremum IH. Quare quod fit ſub GI, in IH erit æquale quadrato rectæ

AC

A C, & G I erit maior, quàm A C, & H I minor. Quare ſi interuallo G I, & centro C deſcribatur circulus, ſecabit diametrum productam; & ſecet in F, ducta C F erit æqualis rectæ G I, quæ ſemimicirculum ſecabit, nam aliter eſſet parallela rectæ A B. ſecet in E. Dico rectam F E eſſe æqualem rectæ datæ G H, & E C rectæ A I. Quia quadratum rectæ F C æquatur quadratis rectarum F A, & A C, vna cum duplici rectangulo ſub F A in A D. ideſt rectangulo ſub F A in A B. Sed rectangulum ſub F A in A B vnà cum quadrato rectæ F A æquatur rectangulo ſub F B in F A, erit rectangulum ſub F B in F A, vnà cum quadrato rectæ A C æquale quadrato rectæ F C; ideſt rectangulo ſub F C in C E, & rectangulo ſub C F in F E. Sed rectangulo ſub C F in F E æquale eſt rectangulum ſub F B in F A. Ergo rectangulum ſub F C in C E erit æquale quadrato rectæ A C; ideſt rectangulo ſub G I in A I. Sed F C æquatur G I: ergo etiam E C æquabitur rectæ H I, & F E datæ G H. Quod erat demonſtrandum.

Similiter conſtruit auctor, ſed ad demonſtrandum diuerſo, & duplici modo ſe præparat. Sequitur primus modus.

Sit primo loco in dato ſemicirculo A B D, punctum in quadrantis vertice D, & linea externa G maior, aut minor ſemidiametro. Oporteatq; à puncto D lineam ducere; itaut conueniens cum B A educta diametro, pars illa, quæ erit à conuexo circuli intercepta, fiat æqualis datæ lineæ externæ G. Ducatur linea A D; & hæc ponatur, vt media inter duas extremas, quarum differentia ſtatuatur linea data G; & per lemma præmiſſum inueniantur extremæ, ſitq; maior D F minor D E; & à puncto D ducatur linea D F, donec concurrat cum B A; ſit concurſus in F (quod autem conueniant neceſſe eſt: nam angulus F C D rectus eſt, F D C recto minor) & ſuper D F ſcribatur ſemicirculus, in quo ponatur F H linea æqualis lineæ tangenti à puncto F circulū A D B, & iunctis H E, D H. Dico, quod F E linea eſt æqualis datæ externæ G: In ſemicirculo namque F H D angulus H rectus eſt; & duo rectangula D F E, & F D E æquantur D F quadrato, ſed rectangulum D F E æquatur quadrato lineæ F H. Ergo reliquum quadratum D H æquale remanet reliquo rectangulo F D E; & idem rectangulum F D E æquale fuerat quadrato lineæ A D. Ergo & lineæ A D, D H ſunt æquales; & tres lineæ proportionales F D, D H, D E. Quare duo triangula, quæ habent circa eundem angulum F D H latera proportionalia; nempe triangulum F D H, & triangulum D H E, erunt æquiangula, & ſimi- Fig. 3.

lia; & cum in triangulo F D H angulus F H D ſit rectus; & alter angulus in triangulo D H E huic relatiuus, rectus erit; ſcilicet angulus D E H. Ergo trium proportionalium extrema ſunt F D, D E; & illarum differentia ſit F E. At earundem extremarum differentia in conſtructione fuerat linea G: ideò F E, & G erunt æquales. At F E pertinet ad datum punctum in circumferentia D; & factum erit, quod oportuit.

Hic demonſtratur concluſio per propoſitiones, quæ non monſtrantur, niſi cum hæc concluſio facta fuerit: vna enim ex propoſitionibus, quæ aſſumuntur, eſt rectangulum F D E, æquale eſſe quadrato lineæ A D, quod eſſe non poteſt, niſi quotieſcunque factum ſit, quod eſt faciendum; hoc eſt, niſi linea F E ſit æqualis lineæ datæ G, quod, quando factum non ſit, non amplius vera erit aſſumpta propoſitio, vt patet, ſi ponatur F E maior, vel minor data linea G.

Sit primo F E maior, quam G; erit D E plus F E maior, quam D E plus G; & idcircò rectangulum factum ſub D E plus F E in D E maius rectangulo facto ſub D E plus G in D E; Sed D E plus G in D E per conſtructionem æquale eſt quadrato lineæ A D. Ergo rectangulum ſub D E plus F E in D E erit maius quadrato lineæ A D, & non æquale.

Sit ſecundo F E minor, quàm G, erit D E plus F E minor, quàm D E plus G; & idcircò rectangulum factum ſub D E plus F E in D E erit minus rectangulo facto ſub D E plus G in D E. Sed DE plus G in D E per conſtructionem æquale eſt quadrato lineæ A D. Ergo rectangulum ſub D E plus F E in D E erit minus quadrato lineæ A D, & non æquale.

Hinc patet, vt rectangulum F D E æquale ſit quadrato lineæ A D neceſse eſſe lineam F E æqualem eſſe lineæ G, quod faciendum. Quare aſſumptæ propoſitiones probantur per concluſionem faciendam, quæ facta ſit; & hoc argumentum eſt ex genere eorum, quæ non demonſtrant propoſitum, & vt Ariſtotelis verbis loquar lib. 2. Prior. cap. 21.; & dicitur peti, quod in principio, cum demonſtret per ea quæ nata ſunt monſtrari per id, quod demonſtrandum. Veluti ſi A monſtraretur per B, B autem per C, C autem natum eſſet monſtrari per A. Accidit enim ita ratiocinantes ipſum A, per ſe ipſum monſtrare, dicentes vnumquodque eſſe, ſi eſt vnumquodq; & ita omne erit per ſe ipſum cognoſcibile, quod impoſſibile.

Neque vero defendere ſe poteſt auctor dicendo, iam ex conſtru-

ctione

ctione patere lineam FE eſſe æqualem datæ G. Nam licet ſit verum, quod prius poſuerit lineam FE æqualem datæ G; & ex illa, tanquàm ex differentia extremarum; atque ex AD, tanquam media, inuenerit extremas FD maiorem; & DE minorem: tamen, quando poſtea à puncto D applicatur DF, vt conueniat cum diametro producta, non patet, quòd iſta DF ſecet peripheriam in puncto E antea inuento; & ſi hoc pateret, ſuperflua eſſet tota poſterior demonſtratio: nam pateret propoſitum ex conſtructione; nec ſufficit punctum illud, in quo DF ſecat peripheriam ſignare in carta per literam E: Nam hoc non oſtendit tale punctum eſſe illud idem punctum E antea poſitum. Iſti enim characteres, ſicut & nomina, ſunt ad placitum. Debuiſſet igitur auctor, aut maiorem extremam inuentam per præcedens lemma ponere ſeparatim, & illi æqualem applicare à puncto A, vt conueniret &c. (Quemadmodum ſuperius nos cum Vitellione fecimus) & poſtea probare ſegmentum huius lineæ applicatæ interceptum inter diametrum, & peripheriam eſſe æquale datæ G: Vel certè, ſi volebat illam eandem maiorem extremam inuentam applicare à puncto A, debuiſſet punctum illud, in quo DF ſecat peripheriam, ſignare alia litera v. g. K, & poſtea probare FK eſſe æqualem FE; ac proinde punctum K, & E eſſe vnum, & idem. Sed videamus, an eodem modo Auctor ſeipſum fallat in hac ſecunda demonſtratione.

Aliter.

IN conſimili ſchemate, & ijſdem ſuppoſitis pro conſtructione; Quoniam rectangulum BFA vna cum quadrato AC eſt æquale quadrato FC, ſi vtriſq; addatur DC quadratum, erit rectangulum BFA cum duobus quadratis AC, CD, hoc eſt quadrato AD æquale quadratis FC, CD; ideſt quadrato FD, aut per interpretationem duobus rectangulis DFE, FDE. Sed rectangulum FDE æquale ex conſtructione eſt quadratis duobus AC, CD, ſiue vni quadrato AD. Ergo rectangulum FDE conſtabit ex extremis proportionalibus, quarum DA media eſt. Ideo FD, DA, DE, proportionales, & extremarum differentia ſit FE, quæ intercipitur à conuexo peripheriæ, & diametro educta. Sed earundem extremarum differentia fuerat ex conſtructione extrema data G. Ergo FE, & ipſa G æquales ſunt. Conueniunt namq; ambo ad integrandam analogiam trium proportionalium ſtante media eàdem. Sed pertinet FE ad punctum in peripheria D datum. Ergo factum eſt, quod oportuit. Fig. 4.

 Hic

Hic variatur demonſtratio, ſed non fallacia: nam aſſumit rectangulum F D E æquale eſſe ex conſtructione quadratis duobus A C, C D, ſiue vni quadrato A D, quod monſtrari non poteſt, niſi prius linea F E facta ſit æqualis lineæ datæ G (Quod eſt faciendum) & eſt petitio principij, & ſi ab Aduerſario dicatur F E maior, vel minor data G eodem modo, vt oſtendimus ſuperius, procedet argumentum: ſcilicet rectangulum F D E maius, vel minus fore quadrato A D, & non æquale. Sed ad Auctoris propoſitionem ſecundam, & tertiã.

Propoſitio ſecunda. Problema ſecundum.

Dato puncto in peripheria vltra quadrantis verticem, & linea externa, quæ iterum ſit ſemidiametro maior: illud idem efficere.

Fig. 5. *Sit ſemicirculus A D B, in eo punctum D linea externa G maior ſemidiametro A C. Accipiatur in quadrantis vertice punctum H, & ducatur A H; eiuſq; quadratum, à quadrato iunctæ A D auferatur, vt ſit illorum differentia, quod poſſit linea D I, quæ ad rectos angulos ponenda eſt ſuper A D, & iuncta A I, hæc media fiat inter extremas, quarum differentia ſit linea externa data G, inuentiſq; extremis maior ſit D F minor D E. A puncto deinde D linea ducatur D F, donec in diametrum B A productam occurrat, & ſit concurſus in F. Circa D F diametrum deſcriptus eat circulus D K F; Poſtea à puncto F intelligatur ad ſemicirculum ducta linea tangens, quæ ſit æqualis F K. Ducantur deinceps K E, D K. Dico quòd portio lineæ D F, ſcilicet F E, quæ cadit inter peripheriæ A D B conuexum, & eiuſdem circuli diametrum æqualis erit datæ lineæ G externæ. Quoniam F K æqualis eſt tangenti circulum A D à puncto F eius quadratum æquale erit rectangulo D F E. Sed hoc rectangulum vnà cum altero F D E rectangulo ſunt quadratum D F, & hoc æquatur duobus quadratis F K, D K: Igitur quadratum D K æquale fiet rectangulo F D E; & rectangulum F D E æquale fuit factum quadrato A I. Ergo A I quadratum æquale ſit quadrato D K, & linea lineæ. Vnde tot erunt lineæ proportionales F D, D K, D E, quæ in duobus triangulis D F K, D E K, circa eundem angulum F D K conſiſtunt. Ergo triangula illa ſunt ſimilia, & æquiangula. In triangulo verò F D K angulus in ſemicirculo rectus eſt: Ideo in altero triangulo D K E eius correlatiuus D E K rectus erit: Linea igitur K E perpendiculariter ſuper D F in puncto E cadit. Et linea F E ſit differentia extremarum F D, D E, quarum*

media

media eſt D K, ſiuè A I; At in conſtructione linea G differentia illarum aſſumebatur. Igitur G, & F E æquales ſunt. Pertinet vero F E ad punctum in peripheria D datum. Et hoc erat faciendum.

Propoſitio tertia. *Problema tertium.*

DAto puncto in peripheria circuli citra quadrantis verticem, & linea externa, quæ ſit adhuc ſemidiametro maior: illud idem efficere.

Sit ſemicirculus, in eo punctum D citra verticem quadrantis, & linea externa G maior ſemidiametro A C. Ducatur A D, & in H bifariam ſemicirculus diuidatur, iunctaq; linea B H, ſumatur differentia quadratorum B H, A D, & ſit, quod poteſt linea D K, quæ media accipiatur trium proportionalium, quarum differentia extremarum ſit G externa data, inuentiſq; extremis ex lemmate ſit maior D F, minor D E; & à puncto D in ſemicirculo dato, ducatur D F, vt concurrat cum protracta diametro B A, & in F puncto ſit concurſus. Fig. 6.

Dico, quòd F E eius pars inter conuexum peripheriæ, & diametrum eductam, æqualis eſt datæ externæ G. Demonſtratio prorſus fiet vt ſupra, quam etiam repetere non piget. Circa D F, ſemicirculus eat, & F K æquetur lineæ tangenti à puncto F circulum A D B: Ideo tres ſunt proportionales D F, F K, F E; & rectangulum F D E poteſt etiam quadratum D K. Sic iterum in analogia ſunt F D, D K, D E. Quare in triangulis F D K, D K E, cum proportionales ſint circa eundem angulum F D K, ſunt ſimilia, & æquiangula triangula; & idcirco angulus D E K rectus, & trium proportionalium F D, D K, D E, differentia extremarum eſt F E externa, & pertinens ad punctum datum D. ſed eadem differentia erat in conſtructione linea G. Ergo æquales euadunt lineæ F E, & G. & factum erit, quod oportuit.

Hæ duæ propoſitiones differunt à prima tantum per conſtructionem; Nam in prima media proportionalis inter extremas, quarum differentia eſt linea data, ponitur ſubtenſa quadranti. In ſecunda ponitur linea potens quadratum ſubtenſæ arcui quadrante maiori inter diametrum, & punctum datum, intercepto; & id, quo hæc ſubtenſa plus poteſt, quam ſubtenſa quadranti. In tertia vero linea potens differentiam quadratorum ſubtenſæ quadranti, & ſubtenſæ arcui quadrante minori inter diametrum, & datum punctum intercepto. Sed quocumq; modo mutet conſtructionem, eodem ſemper modo in ſuis

argu-

argumentationibus præmittit propoſitiones, quę non demonſtrantur, niſi ſit factum, quod faciendum, vt in ſecunda, ſi quadratum rectæ A I, & in tertia quadratum rectæ D K æquari debeat rectangulo F D E, oportet, vt F E ſit æqualis datæ G, quod faciendum, & ſumitur factum; & quotieſcunque ſit maior, vel minor, quam data G, argumentum procedet eo modo, quo oſtendimus procedere ad primam propoſitionem. Neque ex eodem puteo aqua aquæ ſimilior ſumi poteſt, quam huic argumento, argumentum, quo Ariſtoteles hanc
Fig. 7. fallaciam explicat: vt, ſi quis velit demonſtrare lineas A B, & C D eſſe parallelas, aſſumat ad id demonſtrandum, quod linea E F incidens faciat angulos alternos A E F, & E F D æquales per 27. lib. pr. Euclidis; cupiens verò probare angulos A E F, & E F D eſſe æquales, probet, eò quòd ſint parallelæ per 29. lib. pr. Euclidis. Quare petit, quod in initio probandum erat, ideſt lineas A B, & C D eſſe parallelas. Eodem modo argumentatur in quarta, quinta, & in quolibet ſymptomate propoſitionis ſextæ, ſeruata ſemper eadem fallacia petitionis principij; quod, cum ſatis ſuperq; pateat ex præmiſſis, non erimus longiores reaſſumendo ſingulas propoſitiones, ſed hoc addã, haſce demonſtrationes, ſeu potius hanc demonſtrationem, cum eadem ſit in omnibus, theorematicam, non problematicam eſſe. Nam, cum problema ſit propoſitio, quæ proponit aliquid ad faciendum. Theorema vero aliquid ad demonſtrandum; vnde problematis finis eſt conſtructio, vel inuentio: Theorematis verò cognitio cauſæ proprietatis, quæ ineſt propoſitæ quantitati; Et partes problematis ſunt explicatio hypotheſeos, ſi datum fuerit aliquid: conſtructio, ſiue inuentio quæſiti, nonnunquam etiam preparatio ad demonſtrandum; deinde demonſtratio, qua oſtenditur exhibita methodo neceſſariò quæſitum inueniri. Theorematis verò partes ſunt explicatio hypotheſeos, ſiue Datorum, explicatio quæſiti, præparatio ad demonſtrandum, quæ non ſemper eſt neceſſaria; deinde demonſtratio, qua perſpicuum fit, paſſionem, proprietatemq; de qua quæritur, ineſſe ijs, quę proponuntur. Hic proponit aliquid facere, ſed non docet; explicat hypotheſim, quæ pars communis eſt problemati, & theorematì; non conſtruit, neque inuenit quæſitum, quæ pars propria problematis: nam conſtructio, qua data media, & extremarum differentia inuenit extremas, non eſt quæſitum in hoc problemate, ſed in præcedenti lemmate; cum quæſitum in hoc problemate ſit linea, quæ æqualis datæ lineæ aptetur inter eductam diametrum, & circuli conuexum,

& ad

& ad datum in peripheria punctum pertineat: hoc autem nec conſtruit, nec inuenit, ſed tantùm ait, fit concurſus in F, neque docet, quo mòdo F E ſit æqualis datæ lineæ. Præparatio verò ad demonſtrandum eſt communis, tam problemati, quam theorematì; & demonſtratio tantùm theorematis eſt: nam non demonſtrat exhibita methodo neceſſariò quæſitum inueniri, ſed paſſionem, proprietatemq; quæ ineſt, hoc eſt rectangulum F D E eſſe æquale quadrato lineæ potentis differentiam quadratorum totius F D, & tangentis circulum à puncto F ductæ. Quare proponi poteſt, vt theorema hoc modo.

THEOREMA.

SI à dato in ſemicirculi peripheria puncto ducatur recta linea, quæ concurrat cum educta diametro. Rectangulum, quod deſcribitur à tota, & ea parte lineæ, quæ circuli peripheria continetur, æquale eſt quadrato totius lineæ, minus quadrato rectæ lineæ, quæ à puncto concurſus cum diametro ducta ſit circulum tangens. Vel vniuerſalius.

Si ab aliquo puncto extra datum circulum cadat in circulum recta linea tangens; & altera, quæ ipſum ſecet, rectangulum, quod fit ſub tota ſecante, & ea parte, quæ interius circuli peripheria comprahenditur, æquale eſt differentiæ quadratorũ totius ſecantis, & tangentis.

Sit datum extra circulum D E G punctum F, à quo ducantur duæ rectæ lineæ; altera ſcilicet F D ſecans, & tangens altera F G. Dico rectangulum F D E, quod fit ſub tota ſecante, & ea parte, quæ interius circuli peripheria compræhenditur, æquale eſſe quadrato rectæ F D minus quadrato rectæ F G, hoc eſt differentiæ quadratorum totius ſecantis, & tangentis; Quia quadratum rectæ F D, æquatur rectangulo D F E, & rectangulo F D E per propoſitionem ſecundam libri ſecundi Euclidis, erit quadratum rectæ F D minus rectangulo D F E æquale rectangulo F D E. Sed rectangulum D F E æquatur quadrato rectæ F G per præpoſitionem 36. lib. 3. Euclidis. Ergo quadratum rectæ F D minus quadrato rectæ F G æquatur rectangulo F D E; hoc eſt quadratum totius ſecantis minus quadrato tangentis æquatur rectangulo, quod fit ſub tota ſecante, & ea parte, quæ interius circuli peripheria compræhenditur. Quod demonſtrandũ erat. Fig. 8.

Poteſt etiam elici hoc aliud Theorema.

THEO-

THEOREMA.

SI à puncto extra circulum datum ducatur recta linea circulum ſecans; & ſuper tota ſecante deſcribatur ſemicirculus, in quo à dato puncto aptetur recta linea æqualis rectæ lineæ tangenti à dato puncto circulum. Ab altero verò extremo aptatæ lineæ cadat recta linea ſuper ſecantem in puncto, in quo ſecat circulum. Linea cadens ad ſecantem erit perpendicularis.

Sit datum extra circulum A D E punctum F, à quo ducatur recta linea F D ſecans circulum in puncto E, ſuper qua deſcribatur ſemicirculus F G D, in quo aptetur à puncto F linea recta F G æqualis rectæ lineæ tangenti circulum ab eodem puncto F ductæ (quod autem poſſit aptari, patet: Nam cum rectangulum totius ſecantis in ſui partem, quæ eſt extra circulum, ſit æquale quadrato tangentis, erit tota ſecans maior, quam tangens: & ideo æqualis tangenti poterit aptari in ſemicirculo ſuper tota ſecante deſcripto) Deinde à puncto G ducatur linea G E. Dico angulum G E F eſſe rectum. Ducatur recta G D erit angulus F G D in ſemicirculo rectus; & quia rectangulum D F E æquatur quadrato rectæ F G, erit, vt D F ad F G, ità F G ad F E. Conſiderentur iam duo triangula F G D, & F G E, quorum angulus ad F eſt communis, & circa communem angulum habent latera proportionalia F D ad F G, vt F G ad F E, erunt æquiangula per 6. lib. 6. Euclidis, & anguli erunt æquales, ſub quibus homologa latera ſubtenduntur. Angulus igitur F E G erit æqualis angulo F G D, & conſequenter rectus. Quod probandum erat. Hinc patet hiſce propoſitionibus, non rectè paratum eſſe iter (vt auctor animosè promittit in ſua adnotatione poſt tertium ſymptoma propoſitionis ſextæ) ad geometricam conſtructionem illorum duorum problematum Marini Ghetaldi. Quorum Primum.

Fig. 9.

Dato vno ex lateribus trianguli datum angulum verticis ambientibus, dataque differentia ſegmentorum baſis inuenire triangulum. Alterum. Dato vno ex lateribus trianguli datum angulum verticis ambientibus, datoq; alterno baſis ſegmento, inuenire triangulum.

Quando angulus verticis datus non eſt rectus: Imo, ſi quid prius erat Geometris laborioſum ob Vietæum poſtulatum, vel ob mechanicas effectiones, nunc factum eſt omnino inuium: Nam a mechanicis recedens, geometricas affectiones non docet. Sic ad Æthiopas pergentem, ad Sauromatas dirigit, & glacialem Oceanum.

Quan-

Quando verò angulus datus eſt rectus, ea geometricè abſolui poſſunt; ſicuti etiam, vt auctor adnotat, ab ipſo Ghetaldo fœliciter abſoluuntur, cuius opera, cum mihi hucuſq; videre non contigerit, idcircò ipſorum ſolutionem addere non pigebit.

PROBLEMA.

DAto vno ex lateribus trianguli rectanguli circa angulum rectum; & data differentia ſegmentorum hypotenuſæ, quæ fiunt à perpendiculari, quæ in hypotenuſam cadit ab angulo recto inuenire triangulum.

Sit latus datum B circa angulum rectum differentia ſegmentorum C. Oportet inuenire triangulum. Duplicem caſum habet hoc problema: nam, vel latus datum eſt latus maius, vel minus, cum neceſſe ſit, vt latera ſint inæqualia, aliter nulla eſſet ſegmentorum differentia. Fig. 10.

Placet in vtroq; caſu prius per zeteticen æquationem inuenire, quàm per exegeteticen problema efficere, vt poſtea facilius demonſtretur, quando datus angulus non ſit rectus, problema abſolui non poſſe geometricè; Nam analyſis ſemper in ſolidas æquationes incidit; & anguli triſectionem eſſe ex genere ſolidorum.

Sit igitur primo B latus maius datum, cuius quadratum erit æquale rectangulo ſub maiori ſegmento, & tota hypotenuſa. Sit maius ſegmentum A, cum ſegmentorum differentia data ſit C, erit minus ſegmentum A minus C, & tota hypotenuſa æqualis duplici A minus C, quæ ducta in maius ſegmentum erit id, quod fit ſub duplici A minus C in A: Ideſt duplex quadratum A minus rectangulo ſub A, & C æquale quadrato lateris B dati; & cum per communem diuiſorem non immutetur æqualitas, erit quadratum A minus rectangulo ſub ſemiſſe C in A æquale ſemiſſi quadrati lateris dati.

Sit ſecundo B latus minus datum, erit eius quadratum æquale rectangulo ſub minori ſegmento, & tota hypotenuſa. Sit minus ſegmentum A, cui ſi addatur data ſegmentorum differentia C, erit maius ſegmentum A plus C; & tota hypotenuſa erit æqualis duplici A plus C, qua ducta in minus ſegmentum, erit id, quod fit ſub duplici A, plus C in A. Ideſt duplum quadratum A plus rectangulo C in A æquale quadrato dati minoris lateris B; Et, ſi omnia diuidantur biſariam, erit quadratum A plus rectangulo, quod fit ex Fig. 11.

ſemiſſe C in A æquale ſemiſſi quadrati lateris dati. Ex duplici igitur poſitione lateris duplex inuenitur æquatio, quarum prima eſt quadrati adfecti multa plani ſub latere: Secunda quadrati adfecti adiunctione plani ſub latere, & vtraq; expeditur inueniendo extremas trium proportionalium, quarum data ſit media, potens ſemiſſem quadrati lateris dati, & extremarum differentia eſt ſemiſſis differentiæ datæ. nunc ad ſyntheſim.

Fig. 10. Sit datum B latus maius trianguli rectanguli circa angulum rectum, & C differentia ſegmentorum. Oportet inuenire triangu lum.

Fiat D potens dimidium quadrati dati lateris B, quæ ponatur media in ſerie trium proportionalium, quarum differentia extremarum ſit ſemiſſis differentiæ datæ, & per lemma ab auctore præmiſſum ſit inuentum maius extremum linea F I, à qua ſubtrahatur F H æqualis differentiæ datæ, & producatur in K, itaut H I ſit æqualis I K: tum diuiſa F K bifariam in M, interuallo F M deſcribatur ſemicirculus F L K, in quo à puncto F aptetur F L æqualis datæ B, & connectatur L K. Dico triangulum F L K eſſe triangulum quæſitum, & perpendicularem à puncto L in baſim demiſſam cadere in puncto I; & ſegmenta F I, & I K differre per differentiam datam. Diuidatur F H in G erit F G æqualis ſemiſſi differentiæ datæ; & cum D ſit media proportionalis inter extremas, quarum maior extrema inuenta eſt F I, & extremarum differentia eſt F G, erit G I minor extrema. Quare quod ſit ſub G I, & F I, erit æquale quadrato rectæ D; Sed F K eſt dupla rectæ G I: Nam F G eſt æqualis G H, & H I æqualis I K. Quod igitur ſit ex F K in F I erit duplum quadrati rectæ D, & conſequenter æquale quadrato lateris dati B; Sed F K eſt hypothenuſa, F I eſt maius ſegmentum, quod differt à minori I K per F H, quæ eſt æqualis C differentiæ datæ. Quia igitur ſuper F K hypotenuſa factum eſt triangulum rectangulum F L K, cuius alterum latus circa rectum eſt F L æquale dato lateri B cum rectangulum F K in F I æquale ſit quadrato datæ B, ſeu æqualis F L, perpendicularis cadens à puncto L in baſim F K cadet in puncto I, & ſegmenta habebunt differentiam æqualem diſſerentiæ datæ C. Quod faciendum erat.

Fig. 11. Sit ſecundo B latus datum minus laterum trianguli rectanguli, circa angulum rectum, & C ſit differentia ſegmentorum. Oportet inuenire triangulum. Fiat D potens dimidium quadrati dati lateris

B, &

B, & ponatur media in ſerie trium proportionalium, quarum extremæ differant per ſemiſſem differentiæ datæ C; Sitq; minus extremum inuentum per lemma ab auctore præmiſſum linea F I, & I K maius, à quo ſubtrahatur I A æqualis minori extremo inuento F I, & A K prorogetur in M, itaut *K* M ſit æqualis ipſi A *K*, & diuiſa tota F M bifariam in O interuallo F O deſcribatur ſemicirculus F L M, in quo a puncto F aptetur linea F L æqualis datæ B, & ducatur linea L M. Dico triangulum F L M eſſe triangulum quæſitum, à cuius angulo recto L linea perpendicularis in hypotenuſam demiſſa cadet in puncto I, & ſecabit hypotenuſam in duo ſegmenta, quorum erit differentia data. Quia F I eſt minus extremum, & I *K* maius trium proportionalium, quarum media eſt D, & differentia extremarum ſemiſſis differentiæ datæ, & I A æquatur F I, erit A *K* differentia extremarum æqualis ſemiſſi differentiæ datæ; & cum F I æquetur rectæ I A, & A *K* rectæ *K* M, erit tota F M dupla rectæ I *K*; & rectangulum, quod fit ex F M in F I, erit duplum rectanguli, quod fit ex *K* I in F I; Sed rectangulum, quod fit ex *K* I in F I eſt æquale quadrato rectæ D. Ergo rectangulum, quod fit ex F M in F I erit duplum quadrati rectæ D, & conſequenter æquale quadrato rectæ B, ſeu F L. Cum igitur ſuper F M hypotenuſa factum ſit triangulum rectangulum F L M, cuius alterum latus datum circa rectum eſt F L æquale dato lateri B, & rectangulum F M in F I æquale ſit quadrato rectæ F L; perpendicularis cadens à puncto L in baſim F M cadet in puncto I, & ſecabit baſim in duo ſegmenta habentia differentiam datam: nam F I eſt æqualis I A, & A L M æqualis differentiæ datæ, eſt enim dupla ipſius ſemiſſis A *K*. Quod faciendum erat.

Ex his elicitur, quando datum latus eſt maius latus, circa angulum rectum, oportere differentiam poſſe ſubtrahi ex maiori trium proportionalium, quarum media ſit linea potens dimidium quadrati lateris dati, & extremarum differentia ſit ſemiſſis differentiæ datæ.

PROBLEMA ALTERVM.

DAto vno ex lateribus trianguli rectanguli datum angulum rectum ambientibus; datoq; alterno hypotenuſæ ſegmento, quod fit à perpendiculari in hypotenuſam ab angulo recto cadente: inuenire triangulum.

Sit datum latus B circa rectum, & alternum hypotenuſæ ſegmentum C. Oportet inuenire triangulum, quia rectangulum, quod fit à tota hypotenuſa in illud ſegmentum, quod lateri dato adiacet, æquale eſt quadrato lateris dati. Sit A ſegmentum inueniendum, quod adiacet lateri dato, erit C plus A hypotenuſa; & quod fit ſub C plus A in A; ideſt rectangulum C in A plus A quadratum, æquabitur quadrato lateris dati B, & inuenta eſt æquatio Quadrati adfecti adiunctione plani ſub latere. Quare ad syntheſim.

Fig. 12. Sit B latus datum circa angulum rectum, & C alternum hypotenuſæ ſegmentum. Oportet inuenire triangulum. Ponatur B media in ſerie trium continuè proportionalium, quarum extremarum differentia ſit data recta C. Sitq; minus extremum inuentum recta D A, quæ prorogetur ad F, itaut D F ſit æqualis dato ſegmento C: tum F A bifariam diuiſa in H interuallo F H, deſcribatur ſemicirculus F G A, in quo à puncto A aptetur recta A G æqualis dato lateri B, & ducta G F compleatur triangulum. Dico A G F eſſe triangulum quæſitum. Quia D A eſt minus extremum trium proportionalium, quarum media eſt B; & C, cui poſita eſt æqualis D F, eſt differentia extremarum, erit F A maius extremum; & quod fit à tota F A in A D, erit æquale quadrato datæ rectæ B, ſeu æqualis A G: à puncto igitur G demiſſa perpendicularis in hypotenuſam cadet in puncto D, & factum erit triangulum, cuius vnum latus circa rectum erit A G æquale dato lateri B, & alternum hypotenuſæ ſegmentum erit F D æquale C. Quod faciendum.

Si vero angulus datus verticis non determinetur, vt ſit rectus, ſed arbitrariò detur, vel acutus, vel obtuſus, tunc deficit Geometria, ſupplendumq; eſt ipſius defectui. Neq; hucuſq; ſuppletum eſt, licet hic noſter nouus Archimedes, in ſua adnotatione poſt ſextam propoſitionem in hæc verba prorumpat.

Libet attamen antequam principale illud problema de anguli triſectione à nobis proponatur, ſolutionem adferre ad duo quæſita, & inſoluta problemata à Marino Ghetaldo in ſuo variorum relicta, quæ quidem, nec ipſe, qui poſt eadem euulgata ſuperfuit ad quadrantem ſeculi, nec quiſquam aliorum ſoluit: Et ſanè ex tunc datis conſtrui non poterant. Nunc verò ex ſuperius à nobis deductis nullo negotio perficiuntur. Diceres Virum hunc habere anulum Gygis, cum adeo mirabilia operetur, ſed quam fideliter hæc prolata ſint, nunc videbimus. Sit igitur.

Propoſitio ſeptima. *Problema ſeptimum.*
Ideſt primum duorum Ghetaldi.

SIT ſemicirculus A D B, in quo centrum C, & angulus datus ſit; vel fiat A C D. Linea vero data ſit C D ad angulum verticis, & differentia ſegmentorum baſis G. Vt triangulum igitur ex hiſce datis conſtruatur. A puncto in peripheria D dato, & linea externa G ducatur D F ex aliquo ex ſupra expoſitis congruo problemate, adeo vt externa linea F E æquetur G datæ. Dico triangulum quæſitum eſſe conſtructum: Nam, ſi ducatur perpendicularis C H ſuper D F, differentia ſegmentorum. baſis D F ſit F E, hoc eſt G. Quod erat intentum. Fig. 13.

In conſtructione huius demonſtrationis applicat à puncto in peripheria dato, inter eductam diametrum,& circuli conuexum lineam F E æqualem datæ differentiæ ſegmentorum G per aliquod congruum problema ex ſupra ab ipſo expoſitis, de quorum problematum incongruentia, cum iam ſatis ſimus edocti, patet in hac demonſtratione falli ob fallacem conſtructionem. Sed ad octauam.

Propoſitio Octaua. *Problema octauum.*
Ideſt ſecundum duorum Ghetaldi.

SIT ſemicirculus A D B, & in eiuſdem centro C, datus ponatur angulus A C D: Latus verò illud conſtituens fiat ſemicirculi ſemidiameter, & linea G alternum ſegmentum baſeos: pariter ex aliqua ex noſtris propoſitionibus vtſupra congrua ipſi puncto in peripheria D ducatur linea D F, vt conueniens cum protracta B A in F, pars intercepta F E æqualis fiat expoſitæ G; & triangulum quæſitum erit conſtructum, cum ſegmenta baſeos ſint D E, F E, & alternum æquatur G. Vt oportuit. Fig. 14.

Tanta eſt congruentia problematum ab hoc auctore inuentorum, vt problemata iſta dici poſſint cothurno verſatiliora. Nàm omnibus geometricis propoſitionibus aptantur, quod in hac propoſitione perſpicuum ſit, cuius ſolutioni aptat problemata à ſe inuenta, ſed non demonſtrata,licet problematibus illis,& huic propoſitioni nihil ſit commune: linea enim F E, quæ aptatur intra conuexum peripheriæ ſemicirculi A D B, & eductam diametrum, non eſt alternum ſegmentum baſis, quæ ſecetur à perpendiculari, quæ cadit ab angulo dato in

baſim (de quibus ſegmentis intelligenda eſt Ghetaldi propoſitio, non de quibuſcunq; abſque vlla data ratione arbitrariò vtcunque factis. Nam tunc problema eſſet nugatorium, cum qualibet baſi ſolueretur, dummodo dato ſegmento maior eſſet). Deficit enim à ſegmento facto à perpendiculari per ſemiſſem reſidui baſis. Nam linea, quæ à centro circuli ducta ſuper aliam rectam lineam, quæ in circulo ſit, ſed non per centrum extenſa, perpendiculariter cadit, non cadit in alterum ipſius lineæ extremum, ſed lineam bifariam diuidit (vt in tertia propoſitione lib. 3. in ſuis elementis docet Euclides). Quare linea F E hoc modo aptata eſt differentia ſegmentorum, non alterum ſegmentum; & hæc demonſtratio eadem eſt cum antecedente, à qua tantum diagrammate diſtinguitur, cum hic non duxerit lineas C E, & C H, vt in ſuperiori. Hæc ſunt admiranda Auctoris noſtri inuenta, qui nuncium omnibus machinamentis antiquorum remittit, Vietæum poſtulatum expellit, atq; ea tantum admittit, quæ communis Euclidea ſchola amplectitur. Nos vero clementiores indulgebimus Vietæo poſtulato, illudq; ab exilio reuocantes videbimus, an eius opera hoc problema ſolui poſſit.

PROPOSITIO.

DAto altero ex lateribus trianguli datum angulum verticis ambientibus; datoq; alterno baſis ſegmento inuenire triangulum.

Sit B latus datum circa angulum datum C; & alternum ſegmentum ſit D. Oportet inuenire triangulum. Alternum ſegmentum eſt illud ſegmentum, quod intercipitur à perpendiculari, quæ cadit in baſim; & alterum latus non datum circa angulum datum. Quare quadruplicem caſum habet hæc propoſitio: vel enim angulus datus eſt obtuſus, vel acutus: ſi acutus, vel perpendicularis cadens ab angulo dato in baſim, cadit intra triangulum, vel extra; Et quando cadit extra triangulum, vel cadit ad partes lateris dati, vel ad partes lateris non dati. Cadet autem intra triangulum, quando reliqui ad baſim anguli ſunt acuti; & cadet extra triangulum, quando alter angulorum ad baſim ſit obtuſus. Ideo non ſatis eſt, vt detur hoc ſegmentum, ſed etiam neceſſe eſt, vt cæterorum angulorum ſpecies detur, vel quod ſint ambo acuti, vel quod alter ſit obtuſus; & hic, vel ſit adiacens dato lateri, vel ſubtenſus.

Fig. 15. Sit primo angulus C datus obtuſus, fiat A E æqualis lateri dato B; & ad

& ad punctum E conſtruatur angulus A E F æqualis dato angulo C, & linea E F ducatur infinita: tùm diuiſa A E bifariam in G; & interuallo G A deſcribatur ſemicirculus A H E ad partes lineę E F; & à puncto A ducatur linea A I per Vietæum poſtulatum, itaut linea H I intercepta inter conuexum ſemicirculi A H E, & lineam F E ſit æqualis ſegmento D dato. Dico triangulum A E I eſſe triangulum quæſitum: nam ducta E H ab angulo A E I æquali angulo C dato, erit perpendicularis baſi, cum angulus in ſemicirculo ſit rectus, E A æquatur dato lateri B, & H I eſt alternum baſis ſegmentum æquale ſegmento D dato. Quod faciendum erat.

Sit ſecundo C angulus datus acutus, & reliqui ad baſim anguli ambo acuti eàdem conſtructione, & demonſtratione vtendum, qua vſi ſumus dato angulo obtuſo. Fig. 16.

Sit tertio angulus C datus acutus, & reliquorum angulorum alter angulus obtuſus; Sitq; angulus oppoſitus lateri dato B, eodem modo, vt ſuperius fiat A E æqualis lateri dato B; & ad punctum E conſtruatur angulus A E F æqualis dato angulo C; & linea E F ducatur infinita, & diuiſa A E bifariam in G, interuallo G A deſcribatur ſemicirculus A H E ad partes lineæ E F; & à puncto A per Vietæum poſtulatum ducatur A H, itaut linea, quæ intercipitur inter concauum peripheriæ ſemicirculi, & lineam infinitam E F, ſit æqualis dato ſegmento (debet autem poſſe intercipi, aliter impoſſibilis ſolutio) & ſit H I. Dico triangulum E I A eſſe triangulum quęſitum: Nam ducta E H ab angulo dato A E I, erit perpendicularis baſi, cum angulus in ſemicirculo ſit rectus, & E A eſt æqualis lateri dato, & H I alterno baſis ſegmento dato D, Quod faciendum erat. Fig. 17.

Sit quarto angulus C datus acutus, & reliquorum angulorum obtuſus ille, qui adiacet lateri dato; eodem modo vt ſupra ponatur A E æqualis lateri dato B; & ad punctum E conſtituatur angulus A E F æqualis dato angulo C; & linea E F ducatur infinita, & diuiſa A E bifariam in G interuallo G A deſcribatur ſemicirculus A H E, ſed non ad partes lineæ E F; & per Vietæum poſtulatum ducatur linea tranſiens per punctum A, quæ intercipiatur à concaua ſemicirculi A H E peripheria, & linea E F, ita tamen, vt ſit æqualis dato ſegmento D; Sitq; linea H I. Dico triangulum E A I eſſe triangulum quæſitum: nam angulus A E F æquatur angulo dato C, à quo in baſim cadit perpendicularis E H conſtituens alternum ſegmentum H I æquale ſegmento dato D; & linea E A poſita eſt æqualis lateri dato B. Quod faciendum erat. Fig. 18.

CO-

COROLLARIVM.

EX his colligitur, quando angulus verticis datus ſit acutus, non ſufficere data in hac propoſitione, ſed requiri etiam ſpeciem angulorum ad baſim. Hoc autem elicitur ex natura triangulorum. Nam triangulum rectilineum datur, vel magnitudine, vel ſpecie: datur magnitudine, quando ipſi aliud æquale poſſumus exhibere, non tantum,quo ad aream, ſed etiam quo ad angulos,& latera: datur ſpecie, cui poſſumus exhibere proportionale. Triangulo poſſumus exhibere æquale, cum ipſius dantur duo latera cum angulo comprehenſo per quartam propoſitionem libri primi Euclidis, vel tria latera per octauam eiuſdem; vel duo anguli, & vnum latus ſiue quod æqualibus angulis adiacet, ſiue quod vni æqualium angulorum opponitur per 26. eiuſdem, vel angulus vnus, & duo latera circa alterum angulum, cum ſpecie alterius anguli, niſi angulus datus ſit obtuſus, vel rectus ex ſeptima lib. 6. Euclidis. Ex hoc genere datorum eſt triangulum datum in hac propoſitione. Sed differt, cum non dentur duo latera,ſed ſegmentum alterius lateris factum à perpendiculari, quæ cadit ab angulo dato in baſim, quod ſegmentum exhibet diuerſam ſpeciem trianguli, prout perpendicularis; vel cadit in triangulo, vel extra ad partes, vel lateris dati, vel lateris quæſiti; & ſic demonſtrat, quis angulorum ſit obtuſus, vel adiacens lateri dato, vel quæſito,cum perpendicularis ſemper cadat ad partes anguli acuti.

Poſtquam tam facili negotio hic auctor non ſoluit, ſed magis implicuit; &, ſi conatus eſt ſoluere, abrupit hæc duo Ghetaldi problemata, addit ſequentem adnotationem.

ADNOTATIO.

AD Authoris mentem fuerat hac primum quarenda conſtructio, vt anguli plani deinceps haberetur triſectio, nec data tunc erant ſufficientia. quia vere prius methodus pracedere debuerat, qua aptaretur data qualibet linea inter peripheria conuexum, & eductam diametrum, quod nos ſupra præſtitimus, Vieta ſcilicet ſupplementi propoſitione nona, & Snellus cyclometrici propoſitione 25, id apertiſſime indicarunt. Et quod omnino ad triſectionem anguli per effectionem planorum (de quorum familia propriè eſt) deeſſe videbatur, abundè ſupple-tum ſit, ad problema deuenimus.

Hucuſq;

Hucuſq; oſtendimus præmiſſam ab auctore methodum aptandi quamlibet lineam inter peripheriæ conuexum, & eductam diametrum, quæ ad datum in peripheria punctum perueniat, demonſtratam non eſſe, & falli dum argumentationibus ſuis petit principium, qua fallaci forma argumentandi vſus eſt etiam, quando punctum datum eſt in vertice quadrantis, licet tunc propoſitio vi materiæ demonſtrabilis eſſet, vt cum Vitellione demonſtrauimus, Nunc, cum tam iactabundè efferat ſua inuenta, affirmetq; anguli triſectionem eſſe de familia planarum effectionum, antequam progrediar, libet demonſtrare per methodum ab hoc auctore inuentam non rectè aptari datam lineam inter conuexũ peripheriæ, & eductam diametrũ, vt ad datum in circumferentia punctum perueniat, quando datum punctũ nõ eſt in quadrantis vertice, quod ex ſequentibus abunde innoteſcet.

Sit datus ſemicirculus C A B D, cuius diameter ſit C D, & punctum vltra quadrantis verticem A datum, itaut qualium partium totus ſemicirculus eſt trium, talium portio A D ſit duarum; & aptentur inter ipſius ſemicirculi conuexam peripheriam, & eductam diametrum duæ rectæ B E, & I H non minores ſemidiametro ſemicirculi dati, itaut ad datum punctum A pertineant. Huius problematis conficiendi methodus præbetur ab auctore propoſitione ſecunda, & ſymptomate primo propoſitionis ſextæ, inueniendo duas extremas in ſerie trium continuè proportionalium, quarum differentia ſit linea data, & media ſit linea illa, quæ poteſt quadratum ſubtenſæ arcui dato, & differentiam quadratorum ſubtenſæ arcui dato, & ſubtenſæ quadranti, & ipſarum maius extremum vult eſſe lineam quæſitam, quæ pertineat ad punctum datum. Vt igitur propoſitionum illarum fallacia melius innoteſcat, ſupponamus lineas E B, & I H eſſe aptatas iuxta methodum illarum propoſitionum, vt ſint rectæ E A, & H A, quæ pertineant ad punctum A. Ducantur rectæ A D, & A C; & à puncto A in diametrum perpendicularis cadat A F. Tum ſic argumentor. Quia qualium partium ſemicirculus datus eſt trium, talium, A D eſt duarum, erit linea A D latus trigoni circulo inſcripti, & A C latus hexagoni, & idcirco æqualis ſemidiametro C G, quam perpendicularis C F diuidet bifariam in F. Quia vero per 12. libri 13. Euclidis latus trigoni circulo inſcripti potentia triplum eſt ſemidiametri; & latus quadrati circulo inſcripti potentia duplum eſt ſemidiametri, erit differentia quadratorum ſubtenſæ arcui dato, & quadranti, quod poteſt ſemidia- Fig. 19.

 meter;

meter; & id, quod poterit quadratum ſubtenſæ arcui dato, & differentiam quadratorum ſubtenſæ quadranti, & ſubtenſæ arcui dato, erit potentia quadruplum ſemidiametri. Sed tota diameter eſt potentia quadrupla ſemidiametri. Diameter igitur erit media proportionalis conſtituenda inter totam E A, & A B, & inter totam H A, & A I. Quare rectangulum, quo fit ſub E A, & A B erit æquale quadrato rectæ C D: ideſt per 4. ſecundi Euclidis quadratis rectarum C F, & F D, & ei quod bis ſub C F, & F D continetur rectangulo. Sed quadratum rectæ E A æquatur rectangulo ſub E A, & A B vna cum rectangulo ſub E A, & E B. Rectangulum vero ſub E A, & E B æquatur rectangulo rectæ C E in D E: ideſt rectangulo ſub C F in D E; & rectangulo ſub F D in D E, vna cum quadrato rectæ D E. Erit quadratum rectæ E A æquale quadratis rectarum C F, & F D, & D E, vna cum eo, quod bis ſub C F, & F D continetur rectangulo plus rectangulo ſub C F, & D E, & rectangulo ſub F D, & D E. Sed rectangulo ſub C F, & F D æquale eſt quadratum rectæ A F, & quadrato rectæ A F vna cum quadrato rectę C F æquale eſt quadratum rectæ A C, erit quadratum rectæ E A æquale quadratis rectarum A C, & F D, & D E, vna cum rectangulis ſub C F, & F D; ſub C F, & D E; ſub F D, & D E. Sed propter angulum rectum ad F, quadratum rectæ E A æquale eſt quadratis rectarum A F, & F E; & quadratum rectæ F E eſt æquale quadratis rectarum F D, & D E vna cum rectangulo, quod bis ſub F D, & D E continetur. Quadratum verò rectæ A F eſt æquale rectangulo ſub C F, & F D, erit quadratum rectæ E A, ideſt quadrata rectarum A C, & F D, & D E vna cum rectangulo ſub C F, in F D, ſub C F in D E, & ſub F D in D E æqualia quadratis rectarum F D, & D E, vna cum rectangulo ſub C F in F D, & eo quod bis ſub F D in D E continetur. Si auferantur ab vtriſq; quadrata rectarum F D, & D E cum rectangulo ſub C F in F D, & rectangulo ſub F D in D E, quæ ſunt communia, erit quadratum rectæ A C vna cum rectangulo ſub C F in D E æquale rectangulo ſub F D in D E, hoc eſt rectangulis ſub F G in D E, & G D in D E. Sed rectangulo ſub F G in D E æquale eſt rectangulum ſub C F in D E. Quadratum igitur rectæ A C erit æquale rectangulo ſub G D in D E. Sed cum G D ſit æqualis rectæ A C, erit, & D E æqualis rectæ A C, ſeu ſemidiametro G D. Eodem modo demonſtrabitur rectam D H eſſe æqualem rectæ A C. Quare rectæ

D E,

D E, & D H erunt inter ſe æquales, quod impoſſibile. Non recta igitur eſt methodus ab hoc auctore inuenta aptandi datas lineas non minores diametro, inter conuexum peripheriæ, & eductam diametrum, vt pertineant ad datum punctum vltra quadrantis verticem, prout iactat ſe præſtitiſſe: Vnica enim tantum linea in infinita linearum ſerie inuenitur, quæ præſenti methodo aptari poſſit, ideſt linea, quæ intercipi poſſit inter conuexum peripheriæ, & punctum E diametri productæ, itaut D E ſit æqualis ſemidiametro, vt ex demonſtratione colligitur. Quare maius extremum hac methodo inuentum neceſſe eſt, vt poſſit quadrata rectarum A F, & F E; & in hoc caſu, quando linea A D eſt latus trigoni, debet eſſe linea, quæ poſſit ſeptem quadrata ſemidiametri circuli dati: nam A C æqualis ſemidiametro, poteſt quadruplum lineæ C F, & A F triplum. Linea vero F E, cum ſit quintupla lineæ C F, poterit viginti quinque quadrata lineæ C F, quibus, ſi addantur tria quadrata, quæ poteſt linea A F, linea A E poterit viginti, & octo quadrata lineæ C F, ideſt ſeptem quadrata lineæ A C, ſeu C G ſemidiametri.

Nunc idem experiamur, quando punctum datum eſt citra quadrantis verticem. Sit ſemicirculus datus D B C G, cuius diameter D G punctum datum ſit C, itaut D C ſit tertia pars totius ſemicirculi. Quare, ſi ducatur recta D C erit latus hexagoni circulo inſcripti. Sit inter diametrum D G eductam, & conuexum ſemicirculi aptanda linea A B, non minor ſemidiametro, itaut ad datum punctum C pertineat. Methodus hoc conficiendi præbetur ab auctore propoſitione tertia, & ſymptomate ſecundo propoſitionis ſextę, inueniendo duas extremas in ſerie trium proportionalium, quarum differentia ſit linea data, & media linea illa, quæ poteſt differentiam quadratorum ſubtenſæ arcui dato, & ſubtenſæ quadranti; & ipſarum maius extremum dicit eſſe lineam quæſitam, quæ pertineat ad punctum datum. Hic ante omnia aduertendum, ſi linea data ſit maior, vel æqualis illi lineæ, quæ ab educta diametro ducitur, vt tangat circulum in puncto dato, hanc methodum inutilem omnino eſſe: Nam reſiduum lineæ datæ, & maioris extremi hac methodo inuenti inter punctum datum, & concauam circumferentiam recipi non poteſt, vt patet, ſed neceſſe eſt, vt data linea ſit minor tangente, & non minor ſemidiametro. Sed ſupponamus lineam A B, quæ pertinet ad punctum C eſſe aptatam methodo prædicta, & ducatur linea C E perpendicularis in diametrum D G, quæ cum latus D C ſit latus Fig. 20.

 hexa-

hexagoni, & æquale ſemidiametro D F, ſecabit D F æqualiter in E. Et quia latus hexagoni circulo inſcripti eſt longitudine, & potentia æquale ſemidiametro; & latus quadrati eſt potentia duplum ſemidiametri, erit differentia quadratorum lateris hexagoni, & lateris quadrati circulo eidem inſcripti, id quod poteſt ſemidiameter circuli, hoc eſt linea D F, quæ erit per conſtructionem auctoris media proportionalis inter totam A C, & B C. Rectangulum igitur ſub A C, & B C erit æquale quadrato rectæ D F. Sed quadratum rectæ A C æquatur rectangulo ſub A C, & B C vna cum rectangulo ſub A C, & A B; Et rectangulum ſub A C, & A B æquatur rectangulo ſub G A, & A D, ideſt, cum D E ſit quarta pars diametri D G, rectangulo, quod quater ſub D E in A D continetur vnà cum quadrato rectæ A D, erit quadratum rectæ A C æquale quadratis rectarum D F, & A D; Et ei, quod quater ſub D E in A D continetur rectangulo; Cum angulus verò ad E ſit rectus, quadratum rectæ A C æquatur quadratis rectarum A E, & C E. Ergo quadrata rectarum F D, & D A, vnà cum eo, quod quater ſub E D in D A continetur rectangulo, æquantur quadratis rectarum C E, & E A. Sed quadratum rectæ E A æquatur quadratis rectarum E D, & D A, vnà cum duplici rectangulo ſub E D in D A. Ergo quadratum rectæ F D vnà cum duplici rectangulo ſub E D in D A, æquatur quadratis rectarum C E, & E D. Sed quadratis rectarum C E, & E D æquatur quadratum rectæ D C, ſeu D F, erit quadratum rectæ A C æquale quadratis rectarum D F, & A D plus eo, quod bis ſub D E, & A D continetur rectangulo. Sed ſupra demonſtratum eſt quadratum rectæ A C æquari quadratis rectarum D F, & A D; Et ei, quod quater ſub D E, & A D continetur rectangulo; erunt quadrata rectarum D F, & A D, vna cum eo, quod bis ſub D E, & A D continetur rectangulo, æqualia quadratis rectarum D F, & A D, vna cum eo, quod quater ſub D E, & A D continetur rectangulo; Et, ſi demantur communia quadrata rectarum D F, & A D, erit rectangulum, quod bis ſub D E, & A D continetur, æquale rectangulo, quod quater ſub D E, & A D continetur, quod impoſſibile. Non igitur rectè aptata eſt linea data, vt promiſſum; neque ſuppletum Geometriæ defectui.

Sed examinemus etiam methodum, quam auctor propoſitione quarta, & quinta docet aptandi lineam minorem ſemidiametro ſemicirculi dati, vt perueniat ad punctum datum, vltra, vel citra qua-

drantem, & quando punctum datur vltra quadrantem, ſit punctum, ad quod peruenit ſubtenſa trigono; quando vero datur citra quadrantem, ſit punctum, ad quod peruenit ſubtenſa hexagono. Cęterum omnino vtemur ipſius auctoris non tantum conſtructione, ſed verbis, quibus vtitur in exponenda conſtructione, cum demonſtratio ſit eadem ſemper petitio principij. Reaſumatur propoſitio quarta, in qua ſequenti modo conſtruit.

Sit ſemicirculus A D B, punctum in peripheria datum D, & externa linea ſemidiametro minor G; ſumatur quadrati ſemidiametri ſuper quadrato linea G differentia, & ſit quadratum, quod poſſit linea I, qua ad angulos rectos ſuper diametro in A puncto ponatur. Sitq; A K, iunctaq; K B diuidatur in L biſariam, & duo quadrata K L, vel B L a quadrato linea A D prius ducta auferantur, vt differentia quadratorum fiat, id quod poteſt linea D O, & hac ad rectos angulos ponatur ſuper A D, ſi opus fuerit D B prorogetur. Poſtea iungatur A O, qua quidem, vt media accipiatur inter extremas in ordine trium proportionalium, quarum extremarum differentia ſit G data, inuentiſq; extremis maior ſit D F; minor vero D E, & à puncto in peripheria dato D ducatur D F, vt cum diametro educta concurrat, & ſit in puncto F. Fig. 21.

Hoc modo conſtruit auctor, cæteris ſe præparat, vt aptet demonſtrationis ſuæ circulatorium pharmacum, quo omnibus Geometriæ morbis medeatur, qua conſtructione ſuppoſita, item ſuppoſito lineam A D eſſe latus trigoni circulo inſcripti, & lineam G, vel F E hoc modo aptatam eſſe æqualem, vel minorem ſemiſſe ſemidiametri dati, ducta D P perpendiculari ad diametrum, ſic argumentabimur. Quia quadratum rectæ A C minus quadrato rectæ F E æquatur quadrato rectæ A K; & quadrato rectæ A K vnà cum quadrato rectæ A B, ideſt quatuor quadratis rectæ A C, æquatur quadratum rectæ K B, erit quadratum rectæ K B æquale quinque quadratis rectæ A C minus quadrato rectæ F E; & quadratum lineæ K L erit æquale quadrato lineæ A C; & inſuper quartæ parti ipſius quadrati lineæ A C, minus quarta parte quadrati lineæ F E, & duo quadrata lineæ K L æquabuntur duobus quadratis lineæ A C, vnà cum ſemiſſe eiuſdem quadrati minus ſemiſſe quadrati lineæ F E. Quadratum vero rectæ A D æquatur tribus quadratis rectæ A C. Quare erit quadratum rectæ A D minus duobus quadratis rectæ K L, hoc eſt per conſtructionem quadratum rectæ D O æquale ſemiſſi quadrati

drati rectæ A C vnà cum ſemiſſe quadrati rectæ F E; & quadratum rectæ A O æquatur triplo cum dimidio quadrato rectæ A C vnà cum ſemiſſe quadrati rectæ F E. Sed per conſtructionem facta eſt, vt F D ad A O, ita A O ad D E erit rectangulum ſub F D in D E æquale quadrato rectæ A O, & conſequenter tribus quadratis cum dimidio rectæ A C, vnà cum ſemiſſe quadrati rectæ F E. Sed quadratum rectæ F D æquatur rectangulis ſub F D in D E, & ſub F D in F E, ideſt rectangulo ſub B F in F A. Quare erit quadratum rectę F D æquale tribus quadratis cum dimidio rectę A C vnà cum ſemiſſe quadrati rectæ F E; & rectangulo ſub B F in F A. Sed ob angulum rectum ad P quadratum rectæ F D æquatur quadratis rectarum F P, & D P; & quadratum rectæ D P talium eſt trium partium, qualium quadratum A C eſt quatuor. Erit igitur quadratum rectæ F P ęquale duplo ſuper tripartienti quartas quadrati rectæ A C plus ſemiſſi quadrati rectæ F E plus rectangulo ſub B A, in F A, vel duobus rectangulis ſub A C in F A plus quadrato rectæ F A. Quadratum igitur rectæ F P æquatur duplo ſuper tripartienti quartas quadrati rectæ A C plus ſemiſſi quadrati rectæ F E plus quadrato rectæ F A plus eo, quod bis ſub A C, & F A continetur rectangulo. Sed eidē quadrato rectæ F P æquantur quadrata rectarum F A, & A P, vnà cum duobus rectangulis ſub F A in P A, ideſt tribus rectangulis ſub A C in F A. Duplum igitur ſuper tripartiens quartas quadrati rectę A C vnà cum ſemiſſe quadrati rectæ F E, & duobus rectangulis ſub A C in F A plus quadrato rectæ F A, æquatur quadratis rectarum F A, & A P vnà cum triplici rectangulo ſub A C in F A; ſi ſubtrahantur communia, erit quadratum rectæ A P vnà cum rectangulo ſub A C in F A æquale duplo ſuper tripartienti quartas quadrati rectæ A C, plus ſemiſſi quadrati rectæ F E. Sed quadratum rectæ A P eſt duplum ſeſquiquartum quadrati rectæ A C. Ergo duplum ſeſquiquartum quadrati rectæ A C vnà cum rectangulo ſub A C in F A æquatur duplo ſuper tripartienti quartas quadrati rectę A C, vnà cum ſemiſſe quadrati rectæ F E; & ſubtracto duplo ſeſquiquarto quadrati rectæ A C, quod eſt commune, erit rectangulum ſub F A in A C æquale ſemiſſi qnadrati rectæ A C, vnà cum ſemiſſe quadrati rectæ F E. Linea igitur F A maior eſt, quam ſemiſſis ſemidiametri A C. Sed F E poſita eſt, vel æqualis, vel minor ſemiſſe ſemidiametri A C. Ergo recta F E erit minor, quam recta F A, quod impoſſibile, & contra propoſ. 8. lib. 3. Euclidis.

Nunc

Nunc idem experiamur, quandò datum punctum eſt citra quadrantis verticem,& linea data ſemidiametrò minor; & ſuppoſito punctum datum eſſe illud, ad quod peruenit linea ſubtenſa hexagono, reaſſumemus ipſius auctoris conſtructionem, & verba conſtructionis, quibus vtitur propoſitione quinta.

Sit ſemicirculus A D B, in eo datum punctum D, externaq; linea G minor ſemidiametro. Accipiatur differentia quadratorum ſemidiametri A C, & datæ lineæ G; ſitq; quod poteſt linea L quadratum, & in circulo ex A puncto ponatur A I æqualis L, iunctaque B I bifariam in M diuidatur, & duplum quadrati B M, aut M I auferatur à quadrato B D, vt differentia fiat quadratorum, quod linea N poſſit, & hac linea N ponatur media trium proportionalium, quarum differentia extremarum fiat data G, inuentiſq; extremis maior ſit D F, minor vero D E, & à puncto D ducatur D F in concurſum eductæ diametri B A, & in puncto conueniant F. Fig.22.

Suppoſita hac conſtructione, & arcum A D eſſe ſextam partem circuli, erit D B tertia, & recta D B latus trigoni circulo inſcripti, & ducta in diametrum perpendiculari D P, diuidet ſemidiametrum A C bifariam in P: tum ſic,quia quadratum rectæ A C minus quadrato rectæ G, ſeu F E æquatur quadrato rectæ A I, erit quadratum rectæ E B quadruplum quadrati rectæ A C minus quadrato rectæ A I, & quadratum rectæ E M æquale quadrato rectæ A C minus quarta parte quadrati rectæ A I; &, ſi quadratum rectæ A C minus quarta parte quadrati rectæ A I, auferatur ex quadrato rectæ D B, ideſt à triplo rectæ A C, erit duplum quadrati rectæ A C vna cum quarta parte quadrati rectæ A I æquale quadrato rectæ N, quę, cum poſita ſit media proportionalis inter F D, & D E, erit rectangulum ſub F D in D E æquale duplo quadrati rectæ A C, vel octo quadratis rectæ A P plus quarta parte quadrati rectæ A I; Sed quadratum rectæ F D æquatur rectangulis ſub F D in D E, & ſub F D in F E; rectangulum vero ſub F D in F E rectangulo ſub B F in F A, ideſt ei, quod quater ſub A P in F A continetur rectangulo, vnà cum quadrato rectæ F A. Ergo quadratum rectæ F D æquatur octuplo quadrati rectæ A P, vnà cum quadrato rectæ F A, & quarta parte quadrati rectæ A I; & ei, quod quater ſub A P in F A continetur rectangulo. Sed ob angulum rectum ad P, quadratum rectæ F D æquatur quadratis rectarum F P, & D P. Sed quadratum rectæ F P æquatur quadratis rectarum F A, & A P vnà cum eo, quod bis ſub

F A in

F A in A P continetur rectangulo; & quadratum rectæ D P æquatur triplo quadrati rectæ A P, erit quadratum rectæ F D æquale quadruplo quadrati rectæ A P plus quadrato rectæ F A, & ei, quod bis ſub F A in A P continetur rectangulo. Sed quadratum rectæ F D erat æquale octuplo quadrati rectę A P plus quadrato rectæ F A plus quarta parte quadrati rectæ A I plus eo, quod quater ſub F A in A P continetur rectangulo: Erunt igitur quadruplum quadrati rectæ A P cum quadrato rectę F A vnà cum duplo rectangulo ſub F A in A P ęqualia octuplo quadrati rectę A P plus quadrato rectę F A plus quarta parte quadrati rectę A I plus eo, quod quater ſub F A in A P continetur rectangulo, quod impoſſibile: nam differunt per quadruplum quadrati rectę A P plus quarta parte quadrati rectę A I plus eo, quod bis ſub A P in F A continetur rectangulo.

Sed iam ſatis, ſuperq; oſtendimus auctorem non tantum methodum ſuam aptandi quamlibet lineam datam intra eductam diametrũ, & conuexum circuli, vt ad datum in peripheria punctum perueniat, non demonſtraſſe, ſed in paralogiſmos incidiſſe (quod ſatis erat) ſed etiam methodum illam à vero multum aberrare. Quare ad ſequentes propoſitiones tranſitum faciemus, quas methodo illi innixas, paralogiſticas eſſe per ſe patebit. Sit igitur auctoris.

Propoſitio nona. *Problema nonum.*

Fig. 23. *Angulum quemcumq; rectilineum triſariam ſecare geometricè.*

Datus ſit angulus B C D æqualiter triſecandus facto centro in C ad quamlibuerit diſtantiam C D, ſemicirculus fiat A D B, in cuius peripheriam cum cadat punctum D, ab eodem ducatur linea D F, vt intercepta pars à conuexo peripheriæ, & diametro producta, nimirum F E fiat ipſi ſemidiametro A C æqualis. Et hoc habetur ſupra in congruo problematis ſexti ſymptomate demonſtratum. Dico; quòd arcus D B, ſiue angulus B C D triſariam æqualiter ſectus erit; & eius pars tertia erit arcus A E, ſiue ducta C E angulus A C E: nam conſtructi trianguli C D F angulus externus B C D valet duos C D F, C F D internos, & oppoſitos. Sed C E D æqualis eſt angulo C D E. Sed angulus C E D duplus eſt anguli C F E, aut F C E: ſunt enim anguli ad F, & C æquales, quia æqualia ſunt latera E F, E C. Ergo angulus C D F duplus eſt vtriuslibet C F D, E C F angulorũ. Sed angulus externus B C D poteſt duos internos, & oppoſitos

ad D,

ad D, & F. Ergo B C D angulus poterit tres angulos æquales ipſi F ſiue E C A; & ideo angulus B C D triſectus erit, & pars tertia fiet, aut angulus F, aut angulus A C E, ſiue arcus D B triplus erit arcus A E. Quod eſt faciendum.

Modus, quo aptat lineam F E eſt paralogiſmus huius demonſtrationis, ex qua elicit ſequens conſectarium.

CONSECTARIUM.

MAnifeſtum igitur erit, quotieſcunque linea comprehenſa externa ab educta diametro, & conuexo peripheriæ, æqualis fuerit ſemidiametro eiuſdem circuli pertinens ad datum in circumferentia punctum, angulum in concurſu æqualem fieri tertiæ parti anguli externi in centro, vt hic angulus C F D pars tertia anguli B C D, ſeu arcus B D triplus fiat obuerſi arcus A E, & optime licebit argumentari. Angulus in centro trifariam ſectus eſt. Ergo linea externa pertingens ad punctum in peripheria datum ſemidiametro eſt æqualis, vel è conuerſo; ex eo, quod linea externa pertingens ad punctum in peripheria datum ſemidiametro æqualis eſt. Ergo angulus in centro æqualiter trifariam ſectus eſt, vel arcus illi obuerſus.

Non ſemper licet hoc modo argumentari: nam hoc argumentum elici non poteſt, quando angulus triſecandus ad angulum rectum habet maiorem proportionem, quàm ſeſquialteram. Si enim datus eſſet angulus E C B maior, quam rectus cum ſemiſſe; & ipſius tertia pars eſſet angulus A C G; & aptata eſſet linea F E æqualis ſemidiametro A C pertinens ad punctum E, & duceretur linea G D, non liceret argumentari ab angulo A C G trifariam ſecante angulum datum E C B, arguendo lineam E D, quæ pertinet ad punctum datum E, eſſe æqualem ſemidiametro A C: neque à linea F E æquali ſemidiametro A C, arguere angulum A C E eſſe ſubtriplum anguli dati E C B. Quomodo autem angulus A C E eſſet triſecandus, per præcedens problema, præmiſſa ſequenti propoſitione, docebimus. Fig. 24.

PROPOSITIO.

OMnis angulus rectus; & omnis angulus recto minor, ad quem angulus rectus habeat proportionem multiplicem in aliquo gradu proportionis continuæ à dupla proportione aſcendentis; &

omnis angulus ſuper particularis, vel ſuper partiens rectum per partem, vel partes, quæ denominentur ab aliquo gradu proportionis à dupla proportione aſcendentis, poteſt ſecari triſariam geometricè. Item latus hexagoni à vertice quadrantis ſemicirculo inſcripti, ſi producatur, vt concurrat cum diametro producta, ſegmentum interceptum inter conuexum peripheriæ, & diametrum productam æquari ſemidiametro circuli. Item lineam, quæ tangit circulum in puncto diuidente quadrantem bifariam, & terminatur à diametro producta, æquari eidem ſemidiametro.

Fig. 25. Sit ſemicirculus A B C, ex cuius centro I erigatur perpendicularis I B, & angulus A I B rectus diuidatur bifariam in E; angulus vero A I E bifariam in F, & angulus A I F, bifariam in G, & ſic in infinitum. Dico hos omnes angulos, & quemlibet angulum compoſitum ex recto, & quolibet, aut quibuslibet iſtorum poſſe triſariam diuidi geometricè. Inſcribatur à puncto B latus hexagoni B D. Quia ſemicirculi A B C arcus A B eſt ſemiſſis, & B D tertia pars, erit A B ſeſquialter ipſius B D: Igitur D A erit tertia pars ipſius A B; & ſemiſſis arcus D A erit tertia pars arcus A E, qui eſt ſemiſſis quadrantis A B; & quarta pars arcus A D erit tertia pars arcus F A, qui eſt quarta pars quadrantis A B; & ſic in infinitum: nam partes æque multiplicium eodem modo inter ſe comparatæ eandem ſemper ſeruant proportionem; vel quia F A eſt quarta pars quadrantis A B, & D A tertia, erit proportio D A ad F A ſeſquitertia. Quare D F erit tertia pars ipſius F A; & dimidium ipſius D F, ideſt D H erit tertia pars ipſius A G ſemiſſis arcus F A; & D A cum ſui ſemiſſe erit tertia arcus ſeſquialteri quadrantis; & D A cum ſui quarta parte erit tertia pars ſeſquiquarti quadrantis; & D A ſuper tripartiens ſuas quartas erit tertia pars ſuper tripartientis quartas quadrantis, & ſic in infinitum. Dico etiam, ſi recta D B producatur, vt concurrat cum diametro producta in K, fore lineam D K æqualem ſemidiametro D I; & ſi à puncto E ducatur linea tangens circulum, quæ concurrat cum diametro producta in L (concurrent enim, cum angulus ad E ſit rectus, & angulus E I L minor recto). Dico lineam E L fore æqualem ſemidiametro E I. Quia anguli I D B, & I D K ſunt æquales duobus rectis; & tres anguli I D K, & D K I, & D I K ſunt etiam æquales duobus rectis, erunt anguli D K I, & D I K æquales angulo I D B, ſeu D I B. Sed angulus D I A eſt ſemiſſis anguli D I B: erit igitur, & angulus D K I ſemiſſis anguli D I B, & conſe-

 quenter

quenter æqualis angulo D I K. Quare recta D K erit æqualis rectę D I. Quod probandum. Item quia trianguli I E L tres anguli ſunt æquales duobus rectis; & angulus ad E eſt rectus, erunt reliqui vni recto æquales. Sed angulus L E I per conſtructionem eſt ſemiſſis vnius recti. Ergo angulus E L I, erit etiam ſemiſſis vnius recti, & ob æquales angulos ad L, & I latera, E L, & E I, erunt æqualia.

His præmiſſis angulum quemcunq; rectilineum, qui habeat ad rectum maiorem proportionem, quam ſeſquialteram, trifariam ſecabimus, admiſſo Vietæo poſtulato (angulus enim, qui habet ad rectum proportionem ſeſquialteram trifariam ſectus eſt, cum ipſius tertia pars ſit ſemiſſis quadrantis, in quo puncto recta tangens circulum, & intercepta à diametro educta eſt circuli ſemidiametro æqualis). Sit datus angulus rectilineus A B C, qui habeat ad rectum maiorem proportionem, quam ſeſquialteram, & ſit trifariam ſecandus. Centro B, & interuallo B C deſcribatur ſemicirculus D A E C, qui ſecet latus A B in A; & ad punctum B excitetur perpendicularis B E; & angulus rectus A B E trifariam ſecetur in H; deſcripto hexagoni latere H E, & anguli E B C per præcedens problema ſit tertia pars D G aptata linea F G æquali ſemidiametro D B, quæ perueniat ad punctum E, erit arcus A H vna cum arcu G D tertia pars anguli A B C. Si igitur arcui G D ponatur æqualis arcus H I, angulus A B C trifariam ſectus erit in I; Quod faciendum. Fig. 26.

Poſt conſectarium addit ſequentem adnotationem.

ADNOTATIO.

Credebant antiqui triſectionis anguli cuiuslibet plani effectionem ad ſolidum pertinere genus. Vndè Pappus lib. 4. propoſ. 35. ſic ait: Datum quidem angulum, vel circumferentiam tripartito ſecare ſolidum eſt, vt ante oſtendimus, ſed datum angulum, vel circumferentiam ſecare in datam proportionem lineare eſt &c. Sic ille. At non antiqui tantum, ſed omnes quotquot fuere Mathematici hactenùs in eandem iuerunt ſententiam, & vt alios pertranſeam, Albertus Girard Geometra, & in algebricis verſatiſſimus in opuſculo illo gallico idiomate conſcripto. Inuention nouelle en l'Algebre. Edito 1629. in 4. capite de æquationibus ordinatis, in hac prorumpit verba, pagina 32. (il eſt impoſſible de couper tout Arc propoſè en 3. ſans vſer d'autres lignes que de la Droicte, & circulaire). In hoc quam longè à vero abſit iam patet,

& amplius patebit infra, vbi ſumus oſtenſuri aduerſus Pappum etiam in analogica ſectione anguli, genus planorum non immutari, & per illud omnia abſolui legitimè.

O infelicem Pappum, ô infelicem Girardum, ô infelices omnes, qui hucuſq; fuerunt Mathematici, quibus non contigit tam pulchra, tam ſublimia à tam inſigni Mathematico diſcere: Quàm enim erronea ſit hæc adnotatio, iam ſatis patet, & amplius ſemper patebit, quando conabitur aduerſus Pappum oſtendere etiam in analogica ſectione anguli, genus planorum non immutari. Sed quoniam ſuperius promiſi demonſtrare generale problema ad triſectionem anguli rectilinei non eſſe illud, quo aptatur recta æqualis datæ inter conuexum circuli, & diametrum productam, vt ad datum in ſemicirculo punctum pertineat, ſed eſſe generalius, hoc eſt Vietæum poſtulatum, quo à quouis puncto ad duas quaſuis lineas recta ducitur intercepta ab ijs præfinito quocunq; poſſibili interſegmento, ſubdam Pappi methodum triſecandi angulum, & alteram methodum, quæ à Campano adijcitur ad finem quarti libri Euclidis, idq; in eo caſu, quando angulus datus eſt acutus; quando enim eſt rectus geometricè triſecatur, vt ſuperius oſtendimus; & quando eſt maior recto, ſatis eſt, ſi complementum anguli triſecetur. Quare.

Fig. 27. Sit angulus acutus A B C, & ab aliquo puncto ducatur perpendicularis A C, completoq; parallelogrammo C F producatur F A vſque ad E: cum igitur parallelogrammum rectangulum ſit, ponatur inter E A, A C recta linea E D tendens in B, quæ duplæ ipſius A B ſit æqualis; hoc enim fieri poſse iam demonſtratum eſt, ita inquit Pappus: Itaq; dati anguli A B C. Dico tertiam partem eſse E B C. Secetur E D bifariam in G, & A G iungatur. Tres igitur rectæ lineæ D G, G A, G E, æquales ſunt; & D E dupla ipſius A G, ſed & ipſius A B eſt dupla. Ergo B A eſt æqualis A G, & A B D angulus angulo A G D æqualis: angulus autem A G D eſt duplus anguli A E D, hoc eſt ipſius D B C: Quod ſi angulum A B D bifariam ſecemus, erit angulus A B C tripartito ſectus. Eſt Pappi propoſ. 32. lib. 4. Mathematicarum collectionum.

Fig. 28. Sit iterum angulus acutus B C A datus trifariam ſecandus poſito C centro deſcribo circulum, cuius peripheria ſecet latera C B, & C A in punctis A, & B; & à puncto C excito lineam C D perpendicularem lineæ C B; & inter rectam C D; & conuexam D F I G duco lineam E F æqualem ſemidiametro circuli, itaut perueniat ad

pun-

punctum A, & ſit A F, cui per C duco lineam H G parallelam. Dico angulum H C B eſse tertiam partem anguli B C A. Quia recta C G eſt parallela, & æqualis rectæ E F, erit E C parallela, & æqualis rectæ F G, & angulus E C O erit æqualis angulo C O F, ideſt vterque rectus. Quare recta F O erit æqualis rectæ O G; & arcus G I, arcui I F. Sed arcui G I eſt æqualis arcus H B: tres igitur arcus H B, G I, I F ſunt æquales inter ſe. Sed ſimul ſumpti ſunt æquales arcui A B, cum F G ſit æqualis arcui A H ob parallelas A F, & H G: arcus igitur B H erit tertia pars arcus B A; & angulus B C H erit tertia pars anguli B C A. Quod faciendum &c. Eſt Campani adijcienda ad finem quarti libri Euclidis.

Hinc patet angulum triſecari aptando lineam datam inter duas rectas, & inter rectam, & curuam; & non generale problema ad triſectionem anguli eſse illud, quo aptatur linea inter conuexam peripheriam, & eductam diametrum, vt ad datum punctum pertineat.

COROLLARIVM.

EX præmiſſis facile colligi poteſt tria illa problemata, nempe Vietæum poſtulatum, triſectio anguli, & primum Ghetaldi ita eſse inter ſe connexa, vt Vietæum poſtulatum, ac primum Ghetaldi conuertantur; & vnumquodq; ex illis inferat triſectionem anguli: triſectio vero anguli non infert vniuerſaliter Vietæum poſtulatum, nec problema Ghetaldi, quia triſectio anguli poſtulat ſolum aptari æqualem ſemidiametro: reliqua problemata vero ſunt vniuerſaliora. Hæc tamen debent intelligi quo ad Vietæum poſtulatum ſolum, quatenus reſtringitur ad illam partem aptandi lineam inter conuexum circuli, & diametrum eductam: nam, ſi in tota ſua vniuerſalitate accipiatur, magis late patet, quam reliqua duo problemata: ſi enim in ſemicirculo A E D B, cuius centrum C ducatur recta C D; & inter eductam diametrum B F, & conuexam peripheriam aptetur recta F E æqualis rectæ C D, angulus D C B ſecatur triſariam, & conſtituitur triangulum, cuius ſit datus angulus verticis A C D, ideſt complementum ad ſemicirculū anguli D C B latus adiacens D C, & differentia ſegmentorum æqualis eidem D C. Fig. 29.

Si vero repetatur conſtructio Pappi; Quia angulus A B C datus eſt æqualis angulo B A F; & angulus D B C æqualis angulo B E A: lineæ vero A B, G A, G D, G E ſunt æquales, ſi centro A inter- Fig. 30.

uallo.

uallo A B intelligatur deſcribi circulus tranſibit per puncta B, & G; linea E G æqualis datæ A B erit aptata inter conuexum, & eductam diametrum, vt ad datum punctum in circulo pertineat; & angulus G B C erit tertia pars anguli B A F: item angulus B A E erit datus, cum ſit complementum ad duos rectos pro angulo verticis, & latus adiacens erit A B, & differentia ſegmentorum eadem A B. Quare conſtruetur triangulum B A E, vt ſuperius. Item erit recta D G æqualis rectæ A B aptata inter concauum circuli, & rectam A C perpendicularem rectæ A F, vt ad punctum B perueniat, quę eſt conſtructio Campani, ex quibus patet horum problematum connexio.

Nunc reſtat oſtendendum has propoſitiones ſolidas eſſe, quod
Fig. 30. Pappus oſtendit propoſ. 32. & 33. libri quarti, aſſumens in conſtructione hyperbolicam coni ſectionem: nam producit rectam B C in H, ita vt C H æquetur rectæ datæ, & per punctum C inter aſymptotos B F, & F E deſcribit hyperbolem C I, quam ſecat in puncto I circulus, cuius centrum ſit C, & deſcriptus ſit interuallo C H, & ducta recta C I, à puncto I ducit I K parallelam rectæ C B, ſeu F A; & rectam I E parallelam rectæ C A, ſeu B F, donec concurrat cum F A producta in E; & ducta recta B E, dicit rectam D E, quæ intercipitur recta A C, & F A producta eſſe æqualem rectæ datæ C H. Quia enim à puncto in hyperbole C ductæ ſunt ad aſymptotos B F, & F A, duæ rectæ C B, & C A; & ab altero puncto I ductæ ſunt ipſis ęquidiſtantes I K, & I E, erit per duodecimam lib. 2. Apollonij Conicorum, quod ſit ſub F E in I E æquale rectangulo, quod ſit ſub C B in C A. Quare, vt F E ad C B, ita C A, ſeu B F ad I E. Sed vt F E ad C B, ita eſt B F ad D C ob ſimilitudinem triangulorum. Ergo D C æquatur rectæ I E, & parallelogrammum erit D C I E. Quare D E erit æqualis rectæ I C, ſeu C H. Quod probandum.

Simili modo, licet aliter angulum datum rectilineum trifariam ſecet, tamen ſemper ſumit in conſtructione hyperbolem: Ideo dicit problema ſolidum eſſe, cum tria ſint problematum genera. Problema planum, quod per rectas lineas, & circulum expeditur. Problema ſolidum in cuius conſtructione aſſumuntur conicæ ſectiones. Problema lineare, in quo aſſumuntur lineæ, quæ habent diuerſum, & varium ortum, quales ſunt helices, quadratrices, conchoides, & ciſſoides, & ſimiles. Nos vero tam methodum auctoris triſecandi angulum, quam Pappi per analyſim reſoluentes, ex reſultante æquatione manifeſtum reddemus problema ſolidum eſſe, cum ſemper analy-

ſis

ſis incidat in ſolidam æquationem,ex quibus emerget recte credidiſſe antiquos, recte locutum eſſe Pappum, & Albertum Girardum, quos à vero aberraſſe non dixiſſet hic auctor, ſi ipſorum opera intellexiſſet, quorum nomina ſat erat nouiſſe, ne tam turpiter laberetur. Quare reaſſumpto diagrammate conſtructo methodo tradita ab auctore hac propoſ. 9.

Quia datus eſt ſemicirculus A E D B datus angulus D C B triſecandus: Ideò datum punctum D, dabitur etiam magnitudine linea D G à puncto D ſuper diametrum A B perpendiculariter cadens, & ſupponantur omnia eſſe facta, vt dicta propoſitione docetur, hoc eſt lineam F E eſſe æqualem rectæ A C; & ideo datam, quæ perueniat ad punctum datum D. Qnia quod fit ſub D F in F E æquatur rectangulo ſub B F in F A, erit, vt D F ad F A, ita B F ad F E; & vt quadratum rectæ D F ad quadratum rectæ F A, ita quadratum rectæ B F ad quadratum rectæ F E. Quare quod fit ſub quadrato rectæ D F in quadratum rectæ F E, æquale erit ei,quod fit ſub quadrato rectæ F A in quadratum rectæ B F. Sed quadratum,rectæ D F æquatur quadratis rectarum D G, F A, A G; & ei, quod bis ſub F A in A G continetur rectangulo. Quod igitur fit ſub D G quadrato in F E quadratum, ſub F A quadrato in F E quadratum, ſub A G quadrato in F E quadratum, & ſub duplici quadrato rectæ F E in F A in A G, æquabitur ei, quod fit ſub quadrato rectæ F A, in quadratum rectæ B F. Sed quadratum rectæ B F æquatur quadratis rectarum F A, & A B, vna cum eo, quod bis ſub F A in A B continetur rectangulo. Quare id, quod fit ſub quadrato rectæ B F in quadratũ rectæ F A, æquabitur quadrato rectæ F A plus quadrato quadrato rectæ F A in quadratum rectę A B, & duplici cubo rectę F A in rectam A B. Quod igitur fit ſub D G quadrato in F E quadratum, plus ſub F A quadrato in F E quadratum, plus ſub A G quadrato in F E quadratũ, & ſub duplici quadrato rectæ F E in F A in A G, æquale erit quadrato quadrato rectæ F A plus quadrato rectæ F A in quadratũ rectæ A B, & duplici cubo rectæ F A in rectam A B. Quæ æquatio ſolida eſt; eſt enim quadrato quadrati adfecti adiunctione quadrati in quadratum, & cubi in latus ſi enim per antitheſim fiat tranſpoſitio, erit quadratum rectæ D G ductum in quadratum rectæ F E minus id, quod fit ſub quadrato rectæ F A, in quadratum rectæ A B, plus quadrato rectæ F A, in quadratum rectæ F E minus duplici cubo rectæ F A, in rectam A B plus quadrato rectæ A G, in quadratum rectæ F E plus duplici quadrato rectæ Fig. 31.

F E, in

F E, in rectam F A in A G æquale quadrato quadrato rectæ F A, quæ æquatio ſolui non poteſt geometricè.

Reaſſumatur nunc diagramma conſtructum methodo Pappi, in quo datæ ſunt magnitudine, & poſitione recta B F æqualis, & parallela rectæ C A, recta F A æqualis, & parallela rectę B C, & B A, D G, G E, G A æquales inter ſe. Quia, vt F B ad D A, ita F E ad A E
Fig. 30. erit quadratum rectæ F B ad quadratum rectæ D A, ſicut quadratum rectæ F E ad quadratum rectæ A E; & quod fit ſub quadrato rectæ F B in quadratum rectæ A E, æquabitur plano plano, quod fit ſub quadrato rectæ D A in quadratum rectæ F E, & quia quadratum rectæ B E æquatur quadratis rectarum F B, & F E, ſi omnia ducantur in quadratum rectæ A E, erit quadratum rectæ B E in quadratum rectæ A E æquale quadrato rectæ F B in quadratum rectæ A E, ideſt quadrato rectæ D A in quadratum rectæ F E plus quadrato rectæ F E in quadratum rectæ A E. Sed quadrato rectæ D A vna cum quadrato rectæ A E æquatur quadratum rectæ D E. Ergo quadratum rectæ D E in quadratum rectæ F E æquatur quadrato rectæ B E in quadratum rectæ A E, ideſt quadrato rectæ B D in quadratum rectæ A E plus quadrato rectæ D E in quadratum rectæ A E plus duplici quadrato rectæ A E in B D in D E; & quia quadratum rectæ D E æquatur quatuor quadratis rectæ B A, ideſt quatuor quadratis rectæ F B, vnà cum quatuor quadratis rectæ F A; & quadratum rectæ F E æquatur quadratis rectarum F A, & A E, vnà cum eo, quod bis ſub F A in A E continetur rectangulo, erit quadruplum quadrati rectæ F B, in quadratum rectæ F E, plus quadruplum quadrato quadrati rectæ F A, plus quadruplum quadrati rectæ F A, in quadratum rectæ A E, plus octuplum cubi rectæ F A, in A E æquale quadrato rectæ B E, in quadratum rectæ A E, ideſt quadrato rectæ, B D, in quadratum rectæ A E, plus quadruplo quadrato rectæ F A in quadratum rectæ A E plus quadruplo quadrato rectæ F B in quadratum rectæ A E, plus duplici quadrato rectæ A E, in B D, in D E, à quibus, ſi dematur commune quadruplum quadrati rectæ F A, in quadratum rectæ A E, erit quadruplum quadrati rectæ F B, in quadratum rectæ F E, plus quadruplum quadrato quadrati rectæ F A plus octuplum cubi rectæ F A, in A E æquale quadrato rectæ B D in quadratum rectæ A E, plus quadruplo quadrato rectæ F B, in quadratum rectæ A E plus duplici quadrato rectæ A E, in B D, in A E, & per antitheſin tranſponendo, erit quadratum rectæ B D, in quadra-

tum

tum rectæ A E, minus quadruplum quadrati rectæ F B, in quadratum rectæ F E, plus quadruplum quadrati rectæ F B, in quadratum rectæ A E, plus duplum quadrati rectæ A E, in B D, in D E, minus octuplum cubi rectæ F A, in A E æquale quadruplo quadrato quadrati rectæ F A, quæ æquatio ſolida eſt, vt ſuperior. Ex quibus ſatis conſtat triſectionem anguli rectilinei ad ſolidum genus ſpectare.

Sequentes propoſitiones vſque ad decimam quintam incluſiuè ſunt Franciſci Vietæ in Supplemento Geometriæ. Sed ſuas facit, dum Vietæum Poſtulatum propria methodo abſoluit, ſic honeſtimas Matronas vitiat; nec mirum, ſi ſuppreſſo nomine odit lucem, & in tenebris ambulat, nam factus eſt mathematicarum propoſitionum Adulter, imo penè dixerim leno, cum ad eaſdem vitiandas iactet ſe poſſe allicere pudiciſſimum Virum Ioannem Kepplerum, ſi ſupereſſet: nam ad finem decimæ quintæ propoſitionis addit ſequentem adnotationem.

ADNOTATIO.

PRemiſſas continuauimus propoſitiones, vt vnà intelligatur ab auctore ſic ordinatas fuiſſe, vt in circulo inſcriberetur heptagonum. Quamuis perfecta deſcriptio ab eodem non tradatur, propterea quòd eius poſtulatum claudicet. Modo verò, cum ex noſtris ſuperius deductis, recta incedere geometria videatur, legitima etiam habetur heptagoni deſcriptio contra Ioannem Kepplerum Virum doctiſſimum, qui libro Harmonicorum primo ad propoſ. 45. hiſce inſurgebat verbis pag. 32. Heptagonus, & figuræ ab eo omnes, quæ numerum laterum ex primis (ſic dictis) vnum habent, earumq; ſtellæ, totaq; adeò claſſes ab ijs deriuatæ extra circulum deſcriptione geometrica carent. In circulo, etſi laterum quantitas eſt neceſſaria, illa tamen ignorari æquè neceſſe eſt &c. Et deinceps in corpore propoſitionis pag. 34. addit. Itaq; nullum vnquam regulare ſeptangulum à quoquam conſtructum eſt, ſciente, & volente, & ex propoſito agente: nec conſtrui poteſt ex propoſito, ſed benè fortuito conſtrui poteſt; & tamen ignorari neceſſe eſt, ſit ne conſtructum, an non. Hæc ille. Crediderat fortaſſe Kepplerus ex eo, quod ſublime illud Vietæ ingenium ad perfectam heptagoni delineationem non peruenerat, non eſſe in gradu poſſibilium, aut ex arte exhibendorum. At pro eius in philoſophando libertate, ſi adhuc ſupereſſet, quin ſententiam retractaret, non ambigimus. Quod autem non ad ſolam in circulo inſcriptionem

tionem coarctemur, alia perficiemus via, prius hoc præmiſſo lemmate.

Cum hæc adnotatio tota inſiſtat geometricæ conſtructioni Vietæi poſtulati, quæ iuxta auctoris huius methodum, claudicantem geometriam omnino iugulauit. Si ſupereſſet Kepplerus, & methodos iſtas vidiſſet, non tantum non retractaſſet ſententiam, imò confirmaſſet magis: nam quæ ab hoc auctore conſtruuntur, fortaſſe à volente fiunt, ſed non à ſciente, & ex propoſito agente; & non tantum ignorari neceſſe eſt, ſit ne conſtructum, an non, ſed ſuperius demonſtratum eſt conſtructum non eſſe. Quod etiam cum Clauio docebimus accidere in ſequenti propoſitione, in qua aliam viam deſcribendi heptagonum oſtendit præmiſſo hoc lemmate.

LEMMA II.

SI à puncto extra circulum dato per extrema chordæ ducantur ſecantes lineæ circulum, partes intra, & extra inter ſe comparatæ æquales erunt, quum ab eodem puncto ad centrum linea chordam ad rectos angulos, aut biſariam diuidet.

Cuius lemmatis demonſtrationem non ſubdimus: nam, cum geometrica ſit, & rectè concludens, lemmate admiſſo, ad propoſitionem 16. tranſitum faciemus, in qua præmiſso lemmate non recte vtitur. Sit igitur.

Propoſitio decima ſexta. Problema decimum tertium.

Fig. 32 *HEptagonum regulare geometricè deſcribere ſuper datam lineam. Sit linea A B, & ex eius diſtantia à punctis A B duæ circuli portiones A C, B C, ſcribantur ſe mutuo ſecantes in C, à quo puncto demittatur perpendicularis C D, & biſariam diuidatur in E, per quod punctum ipſi A B parallela fiat F G, quæ portiones circulorum in F G ſecabit, & ducta A F, ſiue B G ſe ſecantes in I. Dico triangula A B G A B F eſſe iſoſcelia; & illorum angulos ſupra baſim B F, aut A G (alter ſufficit ad intentum oſtendendum) eſſe ad angulum verticis in ratione tripla. Facto igitur in A centro interuallo A B ſcribatur circulus, in cuius peripheria ponatur F M æqualis B F, erit B M latus quæſiti heptagoni. Iterum ſcribatur alter circulus circa triangulum A I B, cuius centrum Z, producatur F B in Y; & ad centrum ab eodem puncto F ſit alia F Z, ſicut ex G, alia G Z; & cum triangula G E Z,*

F E Z æqualia ſint. Quod facile probari poteſt, & eorum dupla, nimirum quadrilatera B F I Z, A G I Z; & cum A I, I B æquales ſint, earum ſemiſſes æquales erunt. Ergo linea F V diuidit biſariam I B. Ergo ex lemmate lineæ F A, F Y, & partes earum tum intra, tum extra circulum, æquales fiunt. Sed in triangulo A B I iſoſcele angulus B I F externus duplus eſt vtriuslibet interni, & oppoſiti I A B, aut I B A. Ergo angulus F B I erit etiam duplus eiuſdem I B A. Totus igitur F B A angulus triplus ſit anguli I B A, ſiue I A B: at in iſoſcele, anguli ſupra baſim æquantur: Igitur in A facto centro, & internallo A B, ſi ſcribatur circulus, chorda B F, quæ angulo in centro A opponitur, erit pars decima quarta circumferentiæ, & eius dupla B M ſeptima circuli pars. Circumducatur, & B M ſepties, habebitur heptagonum legitimè, geometricè, ac regulariter ſcriptum. Quod erat faciendum.

Hæc conſtructio eſt Franciſci Fluſsati Candalæ, quam Clauius lib. 8. ſuæ geometriç practicç propoſ. 30. non rectam eſse demonſtrat hoc modo. Demiſsa perpendiculari F H pro ſinu arcus F B, vel anguli F A B poſito ſinu toto A F, vel A B 10000000. Quoniam A B potentia ſeſquitertium eſt perpendicularis C D, ſi fiat, vt 4 ad 3, ità 100000000000000 quadratum lateris A B ad aliud, reperietur quadratum C D 75000000000000; quod cum ſit quadruplum quadrati E D, ſeu F H, erit quadratum F H 18750000000000, ipſumq; latus F H erit 4330127 vero minus, & 4330128 vero maius, cui in tabula ſinuum (adhibita parte proportionali) reſpondent grad. 25. min. 39. ſec. 32. pro arcu F B, vel angulo F A B, quo ablato ex gradibus 180, reliqua ſumma angulorum æqualium ad baſim F B eſt gr. 154. min. 20. ſec. 28; atque idcirco vterq; complectetur grad. 77. min. 10. ſec. 14, qui maior eſt, quam triplus anguli F A B gr. 25. min, 39. ſec. 32. cum hic triplicatus efficiat tantummodo grad. 76. min. 58. & ſec. 36. Sed cum Clauius ſubdat eius loci non eſſe paralogiſmum indicare, nos indicabimus, qui conſiſtit in præmiſſa, quam aſſumit, vt veram, ſed non probat, hoc eſt lineas B I, & A I biſariam ſecari in V, & X per rectas Z F, & Z G, ex quo ſequeretur per præmiſsum lemma, lineas F B, & F I inter ſe æquales eſſe; & æquales angulos F I B, & F B I, Sed, cum non probetur lineas B I, & A I biſariam ſecari in V, & X, tota corruit demonſtratio, & præmiſſo lemmate abutitur. Adnotandum eſt etiam in hac propoſitione, quod aſſumit quadrilatera B F I Z, A G I Z, vt dupla triangulorum G E Z, F E Z, quod ſi verum eſſet, eo minus poſſet argui æqualitas rectarum I V, & B V, I X, &

 A X.

A X. Sed hoc potius tribuendum eſt menti, quæ ob tam pulchra inuenta, vſque ad ebrietatem exhilarata oblita eſt pro triangulis G E Z, & F E Z ponere triangula F I Z, & G I Z, quæ eſse ſubdupla quadrilaterarum B F I Z, & A G I Z, non mirum eſt aſseri ab eo, qui in geometricis vtitur ſenſu duce, non ratione ad iudicandum, quæ ſenſuum fallacia, licet in omnibus, in geometricis vero vitioſiſſima. Sed ad decimam ſeptimam propoſitionem: nam huiuſce propoſitionis conſectarium cum ipſa propoſitione corruit.

Propoſitio decima ſeptima. Problema decimum quartum.

ENneagonum regulare geometricè conſcribere ex ſupra à nobis demonſtratis hoc adeo facilè efficietur, vt vix, quod reliquum eſt inter problemata, locum habere debeat.

Deſcripto circulo, ſtatim habetur hexagoni latus. Deinde arcus, ſiue angulus A C D ſecetur triſariam, vt pars tertia ſit A F, quæ erit enneagoni vnum latus, & cum id clariſſimè pateat, noua non eget demonſtratione.

Cum triſectio anguli ab hoc hucuſq; tradita auctore demonſtrata ſit fallax, non inſiſtendum amplius erit fallaciæ huius demonſtrationis, ſed tranſitum faciemus ad ſequentem demonſtrationem, in qua promittit nouam methodum triſecandi angulum rectilineum geometricè, in qua fortaſſe abſurdiora præteritis reperiemus.

Propoſitio decima octaua. Problema decimum quintum.

ANgulum rectilineum triſariam noua methodo geometricè ſecare. Sit angulus quilibet planus A C B, quem oporteat in æquas
Fig. 33. *partes triſariam ſecare. Iungatur A B, quæ in E biſariam diuidatur. Scribatur ſemicirculus centro E, & interuallo A E, & E B, & in peripheria ponatur B I pars tertia, quod vnica fiet apertura circini geometricè. Ducta vero altera diametro C E in G, producatur etiam in oppoſitam partem, ita vt E H æquetur E G; à puncto H iungatur H I ſecans partem peripheriæ A D B, ſiue anguli C dati in N. Dico, quod angulus A C B erit ſectus triſariam à linea C N, vt angulus B C N tertia*
A *fiat pars anguli A C B. Iungantur lineæ E N, C N. Quoniam igitur lineæ E I, E H æquales ſunt, anguli ſupra baſim H, & I æquantur, quos externus G E I adæquat, ſi apponatur angulus N E I, erit totus angulus*

DEN

D E N æqualis tribus E H I, E I N, N E I; at duobus hiſce poſtremis eſt æqualis angulus E N H. In triangulo igitur E N H, anguli E N C, C N H, E H N, æquales ſunt externo angulo D E N. At duos poſteriores C N H, E H N adæquat externus angulus E C N. Igitur externus angulus D E N æqualis eſt duobus internis, & oppoſitis E C N, E N C. Ergo angulus D C N ad N punctum cum linea H I conuenit. B
Ideo quæ pars eſt angulus G E I ſemicirculi A G B, eadem pars erit angulus D C N peripheriæ A D B, ſiue anguli A C D, & quæ pars I E B ſemicirculi, eadem pars N C B peripheriæ A D B. Sed I E B pars eſt tertia ſemicirculi. Ergo, & arcus N B, ſiue angulus N C B peripheriæ A D B, ſiue anguli A C B eſt pars tertia. Igitur à linea H N I tertia pars anguli dati ſecatur. Et factum eſt, quod oportuit.

Miror Virum, qui videtur prima geometriæ elementa non ignorare, tam abſurdè argumentari: nam quidquid in hac argumentatione intercipitur inter lineam illam, cui in margine adſcripſimus characterem A, vſque ad illam, cui adſcripſimus characterem B, aſſumit, vt probet angulum D C N ad punctum N cum linea H I conuenire, quod ſequitur ex ipſa conſtructione: ait enim iungantur lineæ E N, C N, deinde concludit angulum D C N eandem partem eſſe peripheriæ A D B, quæ pars eſt angulus G E I ſemicirculi A G B, nihil omnino præmittendo, ex quo hæc concluſio erui poſſit; itaque quod probandum erat, non probat, quod non probandum, probat, vt temerè prolatis verbis adeo ſua creſcat oratio, vt tantæ magnitudinis videatur, quanta veriſimiliter ſufficeret ad probandum propoſitũ, ſi probari poſſet; non ſecus, ac ſi quis data longitudine carmina metiretur: Sed, vt hanc methodum non veram eſſe oſtendamus, ipſam examinabimus canone trigonometrico in angulo dato acuto, recto, & obtuſo; & vt acuti, & obtuſi ſit determinata quantitas, ſumemus arcum hexagoni pro acuto, & trigoni pro obtuſo, & ex calculo, qui verè lapis eſt lydius pro hiſce inuentis examinandis, apparebit tantùm in recto hanc methodum veram eſſe, quem etiam aliter triſariam ſecari oſtendimus.

Sit datus angulus A C B, cuius arcus A D B ſubtendatur chorda A B, quæ biſariam ſecetur in E, à perpendiculari C D à centro C Fig. 34.
demiſſa, & centro E interuallo A E, ſeu E B deſcribatur circulus Fig. 35.
A G B H. Dico, quòd hic circulus diuerſimodè ſecabit perpendicu- Fig. 36.
larem C D, prout angulus datus fuerit minor, vel maior, vel æqualis recto. Nam ſi fuerit minor recto, ſecabit citra centrum C: ſi maior

ior recto, vltra centrum C; ſi æqualis recto, in ipſo centro C.

Fig. 34. Sit primò angulus A C B datus minor recto, erit eius ſemiſſis A C E minor ſemiſſe vnius recti, & conſequenter minor angulo E A C complemento ad rectum. Quare latus oppoſitum A E erit minus latere E C. Ergo E H minor, quam E C, & conſequenter D C ſecatur citra centrum.

Fig. 35. Sit ſecundò angulus datus A C B maior recto, erit eius ſemiſſis A C E maior ſemiſſe vnius recti, & conſequenter maior angulo E A C complemento ad rectum. Quare latus oppoſitum A E, erit maius latere E C, Ergo E H maior, quam E C, & conſequenter D C ſecatur vltra centrum.

Fig. 36. Sit tertiò angulus A C B rectus, erit eius ſemiſſis A C E æqualis angulo E A C complemento ad rectum. Quare latera E A, & E C æqualia erunt. Sed lateri E A æquatur latus E H: punctum igitur H cadet in centro. Quod probandum.

Fig. 37. Dico ſecundò hanc methodum triſariam ſecandi angulum quemcunq; rectilineum, falſam eſse, & tantum verificari in angulo recto. Sit enim datus angulus acutus A C B graduum ſexaginta, & reaſſumpta auctoris conſtructione. Dico arcum N B non eſse eam partē arcus A D B, quæ pars eſt arcus I B ſemicirculi A G B: nam ſi N B eſt tertia pars arcus A D B graduum ſexaginta, erit N B graduum 20, & cum arcus A D B biſecitur in D, erit D N graduum 10, & B I tertia pars ſemicirculi erit graduum 60, & G I complementum ad rectum graduum 30. A punctis I, & N cadant perpendiculares ad C G, rectæ I M, N O, & iungatur E I. Quia D C eſt æqualis A B, & A B dupla G E, erit D C dupla ipſius G E. Igitur poſita D C, tanquam ſinu toto partium 100000, erit G E talium partium 50000. Quare I M; qui eſt ſinus rectus anguli G E I graduum 30, erit talium partium 25000, qualium in triangulo rectangulo I M E ſinus totus E I, ideſt G F eſt 50000, & qualium D C eſt 100000. Sinus autem complementi, ideſt recta M E erit 43301, & tota M H erit 93301. Quia verò arcus D N ſupponitur graduum 10, etiam angulus D C N erit graduum 10. Ergo N O eius ſinus rectus erit partium 17365, qualium C D eſt 100000, & I M 25000, & M H 93301. Cum autem ſit, vt I M ad M H, ita N O ad O H, ſi multiplicentur 93301 per 17365, & productum diuidatur per 25000, prodibit in quotiente 64806 $\frac{21865}{25000}$ pro linea H O, à qua ſi ſubtrahatur E H, ideſt 50000, erit reſiduum 14806 $\frac{21865}{25000}$ æquale rectæ E O. Sed E O eſt minor, quàm D E, & D E

ſinus

ſinus verſus graduum triginta eſt 13397. Ergo 14806 [illegible] erit minus quam 13397. Quod abſurdum nam eſt maius.

Sit ſecundo datus angulus A C B graduum 120 obtuſus, & reaſſumpta auctoris conſtructione. Dico arcum N B non eſſe eam partẽ arcus A D B, quæ pars eſt I B ſemicirculi A G B: nam ſi N B eſt tertia pars arcus A D B graduum 120; cum arcus A D B biſecetur in D, erit D B grad. 60, & D N grad. 20; et, vt ſuperius, à punctis I, & M cadant perpendiculares ad C G rectæ I M, N O, & iungatur E I. Poſito D C, tanquam ſinu toto partium 100000, erit B E ſinus grad. 60, ideſt 86603, cui æquabitur G E, ſeu E I. Quare I M ſinus graduũ 30 erit taliũ partium 43301 $\frac{1}{2}$ qualium D C eſt 100000, & B E 86603, & M E ſinus complementi erit earumdem partium 75000 $\frac{79602}{100000}$, cui ſi addatur E H æqualis G E 86603, erit tota ſumma 161603 $\frac{79602}{100000}$ æqualis rectæ M H, & O N ſinus graduum 20 erit earumdem partiũ 34202. Sed cum ſit, vt I M ad M H, ità O N ad O H, ſi multiplicetur 161603 $\frac{79602}{100000}$ per 34202, & productum diuidatur per 43301 $\frac{1}{2}$, prodibunt in quotiente 127643 $\frac{22203}{25000}$ pro linea O H, à quo ſi dematur 86603, ſinus graduum 60 æqualis E B, ſeu E H, erit reſiduum 41040 $\frac{22903}{25000}$ æquale E O, cui ſi addatur O D ſinus verſus graduum 20, ideſt 6031, erit tota ſumma 47071 $\frac{22903}{25000}$ æqualis E D ſinui verſo grad. 60, ideſt 50000. Quod impoſſibile, ergo &c.

Fig. 38.

Sit tertiò angulus A C B datus rectus, reaſſumpta eadem conſtructione, punctum H cadet in C, & in circulo AGIBH erit angulus I C B ad circumferentiam ſemiſſis anguli ad centrum I E B. Sed angulus I C B eſt ad centrum quadrantis A D B. Ergo N C B erit ſemiſſis anguli I E B: cum ergo ſemicirculus ad quadrantem habeat proportionem duplam: quæ pars erit B E I ſemicirculi BIGA eadem erit, & B C N quadrantis B N D A. Quare in hoc caſu rectè angulus triſariam ſecatur.

Fig 39.

Eodem modo fallitur in decima nona, & vigeſima propoſitione: nam eadem eſt conſtructio, & methodus; & propoſitiones illæ verificantur tantum in angulo recto. Eodem modo corruunt omnes adnotationes ſequentes vſque ad vigeſſimam primam, ad quam tranſitum faciemus. illa enim eſt, quæ materiam, & occaſionem præbuit ſcribendi, & quam rectam, & genuinam eſſe Campionus ſe tutari poſſe gloriatur.

Propoſitio

Propoſitio vigeſima prima. Problema decimum ſeptimum.

DVas medias inter extremas lineas in ſerie quatuor proportionalium geometricè inuenire.

Antiqui Sapientes ad hoc problema referebant, & meritò, illud famoſum de cubi duplicatione, quod quidem à nemine hactenus geometricè abſolutum fuerat: quamquam per genera diuerſa, quæ omnia, vt à legibus exuberantia facultatis non admiſerunt ſynceriores Geometræ, & nos ſimul cum Vietæo poſtulato reiecimus, oſtenſuri per germana principia, & facilè perfici poſſe, vt ſequitur.

Si Geometriæ ſynceritas in fallacijs conſiſteret, ac paralogiſmis, hic eſſet ſynceriſſimus Geometra, vt pote fallaciarum, ac paralogiſmorum plenus, ſed cum conſiſtat in demonſtrationibus, quæ pariant certam ſcientiam, hic autem illas parum nouerit, vtique dicendus erit mendax Geometra, nec video quomodo poſſit aſciſcere ſibi ſinceri nomen: Sed venio ad eius argumentationes.

Sint itaq; extremæ datæ Z & X lineæ, inter quas oporteat medias inuenire in analogia continua.

Fig. 40. *Ex ſemiſſe Z tanquam ſemidiametro circulus ſit B C L, in quo poſita B C æqualis X minori expoſitæ, & duplicetur in D C, ita vt B D dupla ſit B C. Deinde per centrum ex D puncto ducatur D A E, cui à puncto B fiat parallela B G. Vſque adhuc conſtructio Vietæ, cuius eſt eadem propoſitio quinta ſupplementi. Herigonius in Algebræ ſupplemento propoſ. 1. etiam transfert illam, & alij alibi, qui in conſtructione bene ſe habent. Deinde mechanicè procedunt, cum in A puncto fixam ponant regulam, vt pars eiuſdem inter B G, & C B eductam colligatur H I æqualis ſemidiametro A B, quæ quidem effectio reÿcienda prorsùs eſt: at noſtra intra geometricos conſiſtit confines. Nimirum.*

Hic opus eſt adeſſe animis: ſed forte. Parturient montes, & naſcetur ridiculus mus.

A puncto B per centrum A altera ducatur diameter B A F, cui ex E puncto æquidiſtans fiat E G occurrens B G in puncto G. Poſtea ex F per G punctum altera agatur linea F G H conueniens cum C B educta in H puncto (quod conuenire ſit neceſſe, facilè probari poteſt) & tandem ex H puncto per centrum circuli A agatur H A L ſecans B G in I, & circulum in K punctis. Dico quod H I erit æqualis ſemidiametro K A; & quod proportionales erunt K L, H K, B C.

Conſtructio itaq; hæc prorſus Euclidea eſt, & demonſtratio ſic procedit.

dit. Ducatur B M parallela H L; & à puncto K altera K P parallela D A. Deinde à puncto P adhuc P O æquidiſtans H L. Facta hac præparatione triangula B I H, P O D ſunt inter ſe, & toti triangulo A H D æquiangula, & ſimilia ex vi parallelarum, quod facile euinci poteſt. Si verò iungatur K M, fiat æquidiſtans D H; & iterum triangulum A K M tribus illis iam dictis ſimile fiet. Sed in parallelogrammo D M K P latera ex aduerſo æqualia ſunt, pariter & in altero parallelogrammo B M K H. Igitur latus H B æquale euadit lateri D P, vtrumque enim lateri K M æquale eſt; & cum tria triangula H B I, D P O, K M A ſint ſimilia, latera eorum erunt homologa, & æqualia, ſcilicet H B, P D, K M. Ergo & reliqua homologa erunt æqualia latera, ideſt H I, P O, K A. Sed K A eſt ſemidiameter circuli. Ergo H I ipſi ſemidiametro K A, vel B A æqualis. Quare à puncto A extra ducta eſt linea A H, & pars eius H I intercepta à duabus lineis B G, B H, æquatur ſemidiametro. Et hoc geometricè inſtauratum erat demonſtrandum, quod Vieta, Herigonius, & alij per poſtulatum, ſiue mechanicè deducebant.

Hoc non tantum erat demonſtrandum, ſed etiam nunc eſt demonſtrandum: aſſumit enim lineam K M, vti æquidiſtantem lineæ D H, ſed non probat, neque per ſe patet; &, ſi ipſe auctor, vel alter mihi probauerit, erit mihi magnus Apollo. Qualis eſſet Campionus, cuius fides ad hæc tuenda eſt interpoſita, ſed præter vocem, aliud nihil huc uſq; ad aures meas peruenit. Quotieſcunq; enim K M non ſit æquidiſtans D H latera H B, D P, & K M æqualia non erunt, neque H I, P O, & K A. Sic reliquum, quod ſubdit ad complementum demonſtrationis, ex Vieta, ſeruata auctoris huiuſce conſtructione, conſentaneum non eſſe per ſe patet. Quare prætermiſſo etiam ſequenti lemmate, eſt enim Vietæ, ad vigeſimam ſecundam propoſitionem tranſitum faciemus.

Propoſitio vigeſima ſecunda. Problema decimum octauum.

CVbum duplicare, aut in alia quauis data ratione exhibere. Dentur duæ extremæ lineæ A B in dupla ratione, & ex præmiſſis duæ mediæ in analogia continua reperiantur C, D; & cum ex elementis habeatur, quæ ratio extremarum quatuor proportionalium in geometrica analogia eadem eſt ſolidi ſuper primam ad ſimile ſolidum ſuper ſecundam. Si igitur A, & B extremæ ſint in dupla, aut alia quacunq; Fig. 41.

G *ratione,*

ratione, etiam cubus ſuper primam, ad cubum ſuper ſecundam ſit in eadem ratione dupla, vel alia data. Cubi nàmq; ſunt prorſus ſimiles ſolidi. Igitur factum erit, quod oportuit, & ſi extremæ in diuerſa exponantur ratione pariter ſolida ſuper primam, ac ſecundam in eademmet reſultabunt.

ADNOTATIO.

PRoblema hoc illud eſt toties à multis decantatum, vel pro Glauci ſepulchro, vel pro ara Regis, aut Deliaci Oraculi iuſſu duplicandis propoſitum: ambo enim erant figura cubicæ, & illa eadem ſeruata, neſciuerant Artifices duplum exhibere: à Geometria namq; inuentio duarum mediarum petenda erat, & quidem geometricè. Quod ante noſtra hac pauca, à nemine præſtitum fuerat.

Hiſce itàq; expoſitis perfecimus ea, quæ initio eramus polliciti, vt patet. Interim vnum, vel alterum ſubnectemus problema emendatum, vt deinceps, qui noſtro fruuntur otio, maiorem ad plura emendanda facilitatem conſequantur.

Ergo adhuc etiam tot malis vexabitur Europa, in qua natus eſt ille, qui cubum geometricè duplicaret? quò tuum Apollo euadit oraculum, quo Delijs, ac cœteris Græcis malorum finis promittebatur, ſi aram, quæ formæ erat cubicæ, duplicaſſent. Sed ſi oraculo illo, vt interpretatus eſt Plato, neglectæ geometriæ Græci accuſabantur; quid mirum, ſi vndique Europa tot vaſtata bellis, tot diruta cladibus tot laniata rapinis, omnibus malis vexatur, cum in ipſa geometria tàm malè, tam fœdè habeatur. Quod, vt in cæteris, magis etiam in hac methodo inueniendi inter duas datas rectas lineas duas medias in ſerie quatuor continuè proportionalium eluceſcat, experiemur, an poſſit cubus duplicari, ita datis duabus lineis in proportione dupla, vtar auctoris conſtructione, quam falſam eſſe, examen per trigonometricum canonem demonſtrabit.

Fig.42. Sit E O dupla rectæ B C, & inter E O, & B C ſint inueniendæ duæ mediæ proportionales in continua analogia iuxta methodum auctoris; duplicetur B C in D, & cætera, vt in ſua conſtructione, ſecundũ quam neceſsè eſset rectam H I æquari rectæ K A, ſeu B C, vt ſint quatuor continuò proportionales E O, H B, H K, B C. Dico H I non eſſe æqualem rectæ B C; Quia, vt B F ad A F, ità B G ad R A erit B G dupla R A. Item, quia anguli H B F, F B C ſunt æquales duobus re-

ctis

ctis, dempto recto G B A, erit G B H complementum ad rectum anguli A B C, qui, cum ſit grad. 60, erit anglus G B H graduum triginta. Ponatur pro ſinu toto F G partium 100000 eius quadratum 10000000000 erit æquale quadratis rectarum G B, & B F, ideſt (cum B F ſit quadruplum quadrati rectæ G B) erit quadratum rectæ F G quintuplum quadrati rectæ G B, & ſeſquiquartum quadrati rectæ F B. Quare 2000000000 erit quadratum rectæ G B, & eius radix quadrata 44721 vera minor, & 44722 vera maior erit æqualis rectæ G B, & radix quadrata 8000000000, ideſt 89442. vera minor, & 89443. vera maior erit æqualis rectę F B, quibus in tabula ſinuum reperientur correſpondentes anguli ſcilicet angulus G F B graduum 26. 33. 53, & angulus B G F grad. 63. 26. 7. Quare angulus B G H erit grad. 116. 33. 53., & eius ſinus erit 89443. Angulus G B H eſt graduum 30, cuius ſinus 50000, angulus G H B graduum 33. 26. 7., cuius ſinus 55099. Si igitur ſinus anguli G B H 5000. ducatur in rectam B G, ideſt 44721, & productū diuidatur per ſinum anguli G H B, ideſt 55099, reperietur 40582 [illegible] pro recta G H, cui ſi addatur dimidium totius F G, ideſt 50000 erit 90582 [illegible] æqualis R H, per quem numerum, ſi diuidatur id, quod ſit ſub ſemiſſe G B, ſeù R A in G H producetur 10017. [illegible] cui numero æqualis erit G I. Cognita ergo ſunt latera G H, & G I, & angulus comprehenſus H G I grad 116. 33. 53. Quare ſumma reliquorum angulorum G H I, & G I H, erit grad, 63. 26. 7. & eius ſemiſſis grad. 31. 43. 3. 30. cuius tangens erit 61803, quæ multiplicata per G H minus G I, & diuiſa per G H plus G I producet 37332, qui erit tangens grad 20, 28, 18, ſemiſſis differentiæ angulorum G H I, & G I H, quæ detracta ex ſemiſſe aggregati, relinquet grad. 11, 14, 45, pro angulo G H I, & grad. 52. 11. 22. pro angulo G I H. Si igitur fiat, vt ſinus anguli G H I grad. 11. 14. 45, ideſt 19490. ad G I, quæ inuenta eſt partium 10017 [illegible], ita ſinus anguli H G I grad. 116. 33. 53, ideſt 89443. ad alium numerum inuenietur 45973. pro linea H I, qui numerus maior eſt, quàm 44721, cui æqualis poſita eſt G B, & G B æqualis K A. Ergò H I maior eſt, quàm K A, & non æqualis, vt ſupponitur ab auctore. Ex quibus huiuſce methodi falſitas abunde apparet.

Sed ad vigeſimam tertiam, & vigeſimam quartam propoſitionem, in quarum prima emendatur propoſitio trigeſima prima Pappi lib. 4. Mathematicarum collectionum: in altera verò generalior eiuſdem effectio promittitur.

Propoſitio vigeſima tertia. Problema decimum nonum.

DAto parallelogrammo rectangulo A B C D, & externa linea G: oporteat ex angulo A rectam ducere lineam in oppoſitum latus
Fig.43. *D C, vt producta occurrens B C externa portio E F fiat æqualis G datæ eſt Pappi lib. 4. Mathematicarum collectionum propoſ. 31.*

Ducatur diameter A C, & angulus A C B ſecetur trifariam linea M C, vt pars tertia fiat A C M; & à puncto M ducatur M H æquidiſtans A D ſiue B C; & in producta A D ſumatur D K data linea G æqualis. Facto deinde centro D interuallo G, portio circuli H K ſcribatur occurrens linea M H in puncto H, & ab eodem ducatur F H N parallela lateribus A B, D C, quã cum B C producta conuenire manifeſtum eſt, concurſus ſit in F puncto, & iuncta A F ſecans D C in E. Dico, quòd E F æqualis eſt G, & efficit problema. Compleatur figura A B F N, cuius diameter A F, & æqualis illi altera B N, triangula C E F, D L H ſunt æquiangula. Quod quidem ratione parallelarum facilè probabitur. At in quadrilatero D E F H, duo latera D E, H F æqualia ſunt, ſicut & in altero C F H L duo F H, C L. Igitur & D E & C L æqualia erunt: Ideòq; in iiſdemmet triangulis C E F, L D H latera erunt omnia ſibi inuicem reſpondentia æqualia; & E F ipſi G æqualis fiet.. Quod erat demonſtrandum.

Si aliquid vnquam fuit emendandum, emendanda profectò erat Pappi propoſitio, vt ad huiuſce anctoris geometricam ſynceritatem reduceretur, quæ cum in paralogiſmis conſiſtat, quatuor turpiſſimis maculis fœdanda erat Pappi demonſtratio, vt iuxta methodum ſuam quatuor paralogiſmis deturparetur, quorum primus eſt triſectio anguli per methodum auctoris. Secundus paralogiſmus eſt, quod illa triſectione non vtitur ad demonſtrandum. Tertius eſt in conſtructione, cum datæ cuicunq; lineæ G poſita ſit æqualis D K, cuius interuallo, & centro D, ſi deſcribatur portio circuli H K, vult occurrere lineæ M H in H, quod tunc tantum accidere poteſt, quando linea data G, cui poſita eſt æqualis D K maior eſt linea D L, quod non accidet, quando data ſit æqualis, vel minor linea D L. Quartus paralogiſmus eſt, dum aſsumit lineam E F, vt parallelam lineæ D H, ſed non probat, neque ex conſtructione reſultat. Primus paralogiſmus patet ex præmiſſis. Secundus etiam patet: nam, ſi angulus B C A non ſolum in tres partes, ſed etiam in quinq;, ſeptem, & quomodolibet ſecaretur, eodem ſemper modo ipſius argumentatio procederet: ex

angulo enim A C B triſecto non amplius innuit rectam E F æquari datæ G. Tertius etiam paralogiſmus non eget difficili oſtenſione: nam, ſi data G ſit æqualis D L, cadet arcus K H in puncto L; & ſi minor inter L, & D, per quæ puncta ducta parallela lineæ A B, erit ipſa D C, & methodus auctoris omnino corruet. Quartus paralogiſmus, hoc eſt non probari lineam E F eſse parallelam lineæ D H, patet etiã, quia ex vi parallelarũ deducit triangula C E F, & D L H eſse æquiangula; Sed, ſi E F non ſit parallela ipſi D H, non amplius angulus C E F eſt æqualis angulo L D H; imo, ſi eſsent parallelæ rectæ E F, & D H, non opus eſset maiori demonſtratione ad probandum, quod ſint æquales, cum ex conſtructione parallelæ ſint ipſæ D E, & F H: Sed vt huiuſce quartij paralogiſmi fallacia melius eluceſcat. Dico vnicam tantum eſse lineam in infinita ſerie omnium linearum, quæ hac methodo aptari poſſit, quæ, ſi ſupponatur aptata, altera minor, aut maior aptari non poterit.

Sit datum parallelogrammum rectangulum A B C D, & externa linea G, quæ inter D C, & B C productam ſit aptata iuxta methodum auctoris, vt perueniat ad punctum A; & ſit E F, quæ neceſsariò etiam erit parallela, & æqualis rectæ D H. Dico, quòd ſi detur altera linea minor, vel maior data G, non poterit iuxta methodum eiuſdem auctoris inter eaſdem lineas aptari, vt ad idem datum punctum perueniat. Retenta eàdem auctoris conſtructione, ſit data recta X minor, quàm G, ſed maior, quàm D L, cui ponatur æqualis D T, cuius interuallo, & centro D deſcribatur arcus S T ſecans M H in S, & ducta D S per punctum S agatur P V parallela C D, & A B ſecans B C productam in P, & ducta recta A P ſecet D C in R. Dico, quòd ſi E F eſt æqualis, & parallela rectæ D H, R P non erit æqualis, nec parallela rectæ D S: & e contra, ſi R P ſit æqualis, & parallela rectæ D S, E F non erit æqualis, & parallela rectæ D H. Quia E F ex ſuppoſitione eſt æqualis rectæ D H, & ex conſtructione D E, & F H ſunt parallelæ, erit D E æqualis F H. Sed F H æquatur P S ob parallelogrammum P F H S. erit igitur E D æqualis rectæ P S. Sed R D eſt maior, quàm E D. Ergo R D eſt maior, quàm P S. Quare R P, & D S non erunt æquales, & parallelæ: Si enim æquales eſsent aut parallelæ, cum per conſtructionem P S ſit parallela R D, eſset R D æqualis P S, & non maior. Sit e contra R P æqualis D S, erit R D æqualis P S, & conſequenter F H. Quare E D minor erit, quàm F H: non igitur E F æqualis eſt D H. Ex quibus patet vnicam tantùm lineam poſse Fig.44.

aptari

aptari hac methodo in ſerie infinita linearum.

His quatuor paralogiſmis vtitur etiam in ſequēti vigeſima quarta propoſitione, quæ, cum ſatis ſuperq; pateant ex dictis, eam miſsam faciemus. Et hæc pro vtràq; propoſitione dicta ſufficient.

Vigeſima quinta propoſitio eſt Archimedis libro de ſpiralibus propoſitione quinta, in qua propria methodo aptat æqualem datæ lineæ inter conuexum circuli, & diametrum eductam, vt ad datum in vertice quadrantis punctum pertineat, quæ methodus per ſe conſiderata recta eſt, vt cum Vitellione & nos ſupra demonſtrauimus, & hoc modo hæc propoſitio à fallaciæ reatu abſoluitur. Si verò conſideretur, vt ab hoc auctore demonſtratur, à fallacia vindicari nullo modo poteſt, vt patet ex dictis.

Poſt hanc propoſitionem ſubdit adnotationem, de cuius fidelitate patet ex dictis, quæ hic (ne eadem repetenda toties ſint) iterum ſubdere piget. Sicuti neque ipſam ſubdimus adnotationem, poſt quam generali conſectario, quo Vieta ſuum geometriæ ſupplementum claudit, ipſiſſimis Vietæ verbis concepto, claudit opuſculum, ex quo tot fallaciarum floſculos excerpſimus, licet minuta magis neglexerimus, ex quibus non honoris, ſed dedecoris corona Auctori necteretur &c.

APPENDIX RIMARVM,

QVAS DVCIT

GEOMETRIA

Malè Reſtaurata

AB EODEM AVCTORE A. S. L.

EXiſtimabam me omnes Geometricæ fabricæ rimas detexiſſe, poſtquam malè reſtauratam in hoc libello oſtendi; ſed altera ſuperuenit reſtauratio in libello, cui titulus.

De Reflexionis puncto ad Opticen Geometrica Inſtauratio Authore A. S. L.

IN quo, & ſua ſupplementi Vietæ inſtauratio vocatur, & omnia paralogiſmis cumulantur, quos leuiter, & curſim indicabo, cum non ſit operæ pretium illis multum inſiſtere. Quare prætermiſſis nonnullis ab ipſo perperam prolatis, ad primam problematis ſolutionem me transferam.

SOLVTIO PROBLEMATIS PRIMA.

CIrculus datus circa centrum A, & duo puncta B C, ſiuè linea externa B C inæqualiter à centro remota, oporteat ab iiſdem ad eam peripheriam duas inflectere ad angulum lineas, quæ portiones de circulo abſcindant æquales, aut quod eodem recidit, diametro angulus ille biſecetur æqualiter. Fig. 45.

Sit circulus, & per eius centrum ducatur B A D, C A E, & linea B C, ita in F diuidatur, vt ſe habet B D ad C E, deinde ex F per centrum agatur linea F A G. Dico punctum G in peripheria eſſe illud problema

blema abſoluens, ſcilicet ſi ducantur B G, C G lineæ, auferre de circulo G M, G N, portiones æquales, aut à diametro G A O angulũ B G C æqualiter diuidi in B G A, C G A; & hoc illud eſt, quod problema requirit, & Optici dicunt, quod angulus, quem cum tangente facit plano in puncto G, linea B G incidentiæ æquetur angulo à linea reflexionis in eodẽ puncto G: Igitur vnica conſtructione, & vnica demonſtratione pariter fiet ſatis. Conſiderentur in ſchemate duo triangula B A H, C A K ad angulum compoſita communem B A C. & ſint latera triangulorum viciſſim producta. Ergo idem angulus æquiualet tàm angulis internis oppoſitis H & B, quàm in altero triangulo reliquis ad C & K: Igitur quantum angulus H ab angulo K differt, tantum viciſſim angulus C ab angulo B diſtat, hoc eſt interpretando pro angulis arcus obuerſos accipientes, ſcilicet quantum arcus G E, G D differunt, tantum N I ab ipſis M L: nam pro angulis H, & K, arcubus N L, & M I acceptis, & qui communis habetur I L ablato, eadem differentia inuenitur inter N I, & M L, quæ erat inter N L, & M I: Igitur eadem reperitur differentia.

Neſcio, ex quibus principijs didicerit hic auctor menſurare angulos arcubus circulorum, quibus anguli neqne ad centruui, neque ad peripheriam inſiſtunt, vt arcus N L, & M I velit eſſe menſuras angulorum H, & K, cum anguli H, & K neque ad centrum, neque ad circumferentiam dictis arcubus inſiſt. nt Non qutdem ex Euclide, qnod & ipſe auctor poſt paucas lineolas aſſerit.

At quia nonnulli ſunt magis ad Criticem, quam ad Zeteſim; ſeu ad aſſequendum poriſma procliues, ne videamur noua hac demonſtrandi ratione ſponte voluiſſe ab Euclidea diſcedere &c.

Fateor me ex ijs eſſe, qui in huiuſmodi rebus ad Criticem, quam ad Zeteſim ſunt procliuiores; & cum ipſe auct or ſe ab Euclidea ratione diſcedere fateatur, velim mihi indicaretur, quiſnam iſte eſt ita ad zeteſim inſtructus, qui hoc modo poſſe angulos menſurari inuenit. & docuit. Sed videamus quomodo id Euclidea ratione demonſtret.

Ducatur linea C P R, & ſint aſſumptæ G C, G R æquales (at in hoc liberum erit quoduis aliud ſumere punctum) & in duobus triangulis C P G, R P G, duo latera vnius G C, G P ſunt æqualia lateribus duobus alterius G R, G P, & angulus vnius G C P æquatur angulo alterius G R P (nam ſupra baſim ſunt in vno iſoſcele G C R) eidem lateri oppoſitus: quum verò conſtet de ſpecie anguli oppoſiti reliquo lateri in vtroq; triangulo (vt præcipitur communiter in doctrina planorum triangulorũ diſcrepante nullo) ſequitur, quod triangula C G P, R G P æqualia, &

æquian-

æquiangula ſint, & anguli deinceps ad P recti, & lineæ C P, P R æquales. Ergo, vt prius lineæ B G, C G ſunt à centro æqualiter remotæ. Quod erat oſtendendum.

Ex communi doctrina planorum triangulorum diſcrepante nullo habetur, quando alicuius trianguli datur vnus angulus, & duo latera circa alterum angulum cum ſpecie alterius anguli, dari triangulum, magnitudine. Species verò alterius anguli debet eſſe illius, qui alteri datorum laterum opponitur, ſed hic non video, quomodo detur huiuſce anguli ſpecies: nam ſpecies anguli, quæ dari deberet, eſſet ſpecies anguli G P R oppoſiti alteri laterum datorum G R, cum alteri lateri dato G P oppoſitus angulus ſit datus G R P, ſed hæc ſpecies nõ datur, neq; ex ſuppoſitione, neq; ex conſtructione, aut demoſtratione antecedenti, & etiam ſi daretur poſſet dari alter in ſpecie acuti, & alter in ſpecie obtuſi, & inde erui non poſſet ſimilitudo triangulorum, quæ tamen eſt neceſſaria ad probandum angulos illos eſſe rectos. Vnde tota corruit demonſtratio, & illatio, qua infert lineas B G, G C eſſe à centro æqualiter remotas, quod tantũ verum eſt, quando anguli ad P ſunt recti. Hoc problema vndecim modis diuerſimodè ſoluit, ſeruata ſemper eadem paralogiſtica argumentatione, vſque ad decimam ſolutionem, ſed tantum conſtructionem auget, minuit, variat, vt malè, & inutiliter conſtruendo leuiorum errorum vmbris ſuum omnium errorum ſimulachrum expoliretur. Sed ad ſolutionem decimam.

SOLVTIO DECIMA.

SIT circulus, & puncta B C; ducantur, vt prius tangentes B D, C E, & ad centrum aliæ B A. C A. Arcus deinde F G à lineis ad centrum comprehenſus ſecetur geometricè in puncto H, vt fiat F H ad H G vt ſe habent D G ad E F. A puncto poſteà H per A centrum linea ad peripheriam producta ſecet in K. Dico punctum K efficere, vt ſupra in alijs problema: nam præter communem vt ſupra demonſtrationem, ſunt arcus D G ad E F. vt F H ad H G, ita & chordæ, & arcus extremi, ſi iungantur, hoc eſt D H, & medij hoc eſt H E, ita poſtea arithmeticè ſe habent in ratione, vt quantum D H excedet arcum H E, viciſſim K E excedet D K: compoſiti iterum extremi H D, & D K æqualitatem conſtituunt cum compoſitis ex medijs H E. K E: ſed dirimuntur à linea per centrum K A H, ſunt itaq; ſemicirculi: lineæ igitur B K ad C K ad pla- Fig. 46.

 num

num tangentem in puncto K, *angulos conficiunt incidentiæ,& reflexionis pares. Quod volebamus: Ideoq;*

Tantæ molis erat probare, compoſitum ex arcubus H D, & D *K* eſſe ſemicirculum, & æqualem compoſito ex arcubus H E, & K E? Si hoc patet ex ipſa conſtructione, cum dicat *A puncto poſtea K per A centrum linea ad peripheriam perducta ſecet in K*. Quis enim neſcit lineam rectam per centrum circuli ductam, & peripheria terminatam, eſſe eiuſdem circuli diametrum, & figuram illam, quæ ſub diametro continetur; & ſub ea linea, quæ de circuli peripheria aufertur eſſe ſemicirculum? Crederem hoc à nemine ignorari, qui primas viderit Euclidis definitiones. Poſt tantum poſteà apparatum, æqualitas angulorum ad punctum *K* nullo modo probatur, & illata conclusio nihil cũ præmiſſis commune habet, Sed ad ſequens Lemma.

LEMMA II.

D*Icitur in præmiſſo problemate, vt arcus F G diuidatur in ratione arcuum D G ad E F, quod facile fiet; & pro minus exercitatis apponere Lemma hoc placuit.*

Fig.47. *Sit arcus D E diuidendus in ratione arcus B C, ad C D. Ducatur chorda B D. & ex C per A centrum A C ſecans B D in G. Iunctis D E, B E ducatur ex G parallela G H ipſi B E, ſecans D E in H, ex quo,& centro A ſit diameter A F, erit diuiſus D E arcus in F, vt diuiſus ſupponebatur B D in C. Chordæ, & arcus in doctrina ſinuum veniunt in eadẽ inter ſe ratione: Ideo linea B G ad G D, vt E H, ad H D,& ſic ſe habent etiam arcus B C ad C D, vt arcus E F ad F D. Quod faciendum ſumpſimus.*

In hiſce effectionibus, neque exercitatus ſum, neque exercitari exopto: nam chordas, & arcus in doctrina ſinuum venire in eadem inter ſe ratione, hoc nunquam inueni; ſed inueni maiorem arcum ad minorem arcum eiuſdem circuli habere maiorem proportionem, quam chorda maioris arcus ad chordam minoris; Et quando etiam hoc verum eſſet, quod falſiſsimum eſt, non ſequitur concluſio: nam B G non eſt chorda arcus B C, neq; G D arcus D C,& ſic de cęteris.

Sed ad vndecimam ſolutionem, cuius paralogiſmus indicari poteſt abſque eo quod tota conſtructio, & argumentatio ſubdatur: nam ait, *& permutando fiet BK ad B L, vt A I ad L I, hoc eſt C K ad C L, vt A H ad L H, & conuertendo, permutandoq; vt I L ad L H, ita A I ad*

ad A H. Quod verum non eſt: nam ſi eſt, vt B K ad B L, ita A I ad L I erit conuertendo B L ad B K, vt L I ad A I; & permutando B L ad L I, vt B K ad A I, eodem modo, quia eſt C K ad C L, vt A H ad L H erit conuertendo C L ad C K, vt L H ad A H; & permutando C L ad L H, vt C K ad A H, & nunquam inuenitur eſſe I L ad L H, vt A I ad A H. Sed ſimul miſcuit conuertendo, & permutando, vt decipulam faceret, eorum exemplo, qui grauiora peccata leuioribus curſim inuoluentes, Confeſſarium ſe poſſe decipere exiſtimant.

Secundum problema eodem paralogiſmo peccat, quo peccat prima ſolutio primi problematis, quando id Euclidea ratione demonſtrandum promittit, hoc eſt arguendo æqualitatem triangulorum ex æqualitate duorum laterum, & anguli alteri datorum laterum oppoſiti cum ſpecie alterius anguli, quam dari falsò aſſerit; & ſi daretur, fruſtratoria eſſet longior demonſtratio, vt ſuperius oſtendimus.

Secundo problemati ſubdit Lemma tertium, quartum, & quintum; quintum autem non demonſtratur, & paralogiſticum eſt. Licet tamen rectè à Comandino demonſtretur ad propoſitionem 52. libri 6. Pappi.

LEMMA V.

IN linea B D ſi fuerit, vt B D ad D C, ita B A ad A C; & angulus D E A ſit rectus. Iunctis lineis B E, C E. Fig. 48.

Dico angulos B E A, C E A æquales eſſe. Fiat ex puncto A linea H A F æquidiſtans D E, & producta E C in F, duo erunt triangula H E A, F E A rectangula in A: nam rectus eſt angulus D E A ex hypotheſi. Igitur duo quadrata H A, A E æqualia duobus quadratis F A, A E: ablato igitur, quod commune eſt A E, relinquuntur duo quadrata H A, A F æqualia, & latera eorumdem. Ideo totus triangulus toti triangulo, ergo anguli B E A, C E A æquales fient. Patet ergo. quod ex dato angulo recto D E A, & lineæ partes ſe habent, vt B D ad D C, ita B A ad A C anguli duo, ab iiſdem punctis ſcilicet B E A, A E C ſunt pares. Quod erat demonſtrandum.

In hoc Lemmate ait; *Igitur duo quadrata H A, A E æqualia duobus quadratis F A, A E;* Sed nullo modo probat, & nihil præmittit, ex quo id erui poſsit. Quare, quidquid reliquum eſt demonſtrationis, corruit. Sed cum à Comandino rectè demonſtretur, & huic Lemmati nitatur problema tertium, quod eſt Vitellionis, & Comandini: Ideo ad problema quartum. H 2 *PRO-*

PROBLEMA IIII.

D*Ato circulo, & duobus punctis: altero intra: altero extra in diuerſis diametris: illud idem efficere.*

Fig.49. *Sint puncta B,C, & circulus circa A iuncta linea B C, portio qua in circulo cadit biſariam in E ſecetur; & per lemma quintum reperiatur punctum D taliter, vt ſit B D ad D C, vt B E ad E C, & quum ſit D G E angulus rectus, erunt iuncta linea C G, G E, B G, anguli B G E, E G C æquales, & etiam lineæ G I, G H, & æquantur, quum tranſeat G A per centrum dati circuli. Et factum erit quod opportuit.*

Hic non probatur G A tranſire per centrum circuli, quo non probato, non amplius factum erit quod opportuit, quod magis patet per ſuum ſubſequens ſcholium, in quo probat. *Punctum haberi poſſe aliquando, & angulum biſariam ſectum per lineam non diametrum, & tunc in circulo conſtituentes angulum lineas inæquales eſſe.*

Problema quintum, & ſextum eodem paralogiſmo peccant, quo ſecundum, & quo prima ſolutio primi problematis, quando ait ab Euclidea ratione ſe nolle diſcedere.

In problemate ſeptimo non fideliter vtitur Lemmate quinto: Nã faciendum erat, vt B A ad A C, ita B D ad D C; & non vt differentia B A ſupra A C, ad ipſam A C, ita B D, ad D C.

Problema octauum eodem modo peccat, quo ſextum, quintum, ſecundum, & prima ſolutio primi. Sed ad Problema IX.

PROBLEMA IX.

C*Irculo vtſupra dato, & duobus punctis in diametro vna ambobus extra inæqualiter à centro diſtantibus: oporteat illud idẽ efficere.*

Fig.50. *Sint puncta B, C extra, linea tamen iungens per A centrum tranſeat, ducantur circulum tangentes ad eandem partem B D, & C E, quæ producta concurrant in puncto F, à quo per centrum A ducatur F A G, & arcus H G, tranrferatur in R L; Dico punctum L eſſe, quod quæritur: nimirum ductis B L, C L, relinquere æquales arcus in circulo L M, L N; & angulum B L C à diametro per punctum L ducta diuidi biſariam. Iungatur C O, & à puncto I parallela I P fiat ipſi B L. Quoniam in triangulis C A O, C A L, duo latera vnius C A, A O æqualia ſunt duobus lateribus alterius C A, A L, & anguli comprehenſi C A O, C A L pares ex æqualitate oppoſitorum arcuũ L R. R O, ergo baſes C O,*

C L æquales ſunt, & triangula prorſus æqualia: Ideo anguli C L A C O A æquales ſunt. Sed angulus C O A æquatur angulo L I P, quia arcus L G, & O I pares ſunt, & communis L S ſi apponatur, erunt arcus compoſiti G S & L P æquales, & anguli ipſis inſiſtentes erunt æquales G O P, L I P. Sed angulus L I P æquatur ſuo coalterno B L I. Ergo angulus B L I æqualis ſit angulo C O G, hoc eſt C L A. Sed L A I linea per centrum dirimi per æqualem angulum: Igitur arcus M I, N I æquales ſunt, & reſſidui ad ſemicirculum L M, L N æquales. Vnde conſtat propoſitum.

Poſtquam oſtendit arcum L G eſſe æqualem arcui O I, quibus ſi addatur communis L S concludit arcus G S, & L P eſſe æquales, quæ concluſio ſequi non poteſt, niſi prius probatum ſit arcum S P æquari arcui O I, ſiue L G, quod non probatur, ex quo ſequitur totius demonſtrationis falſitas.

Decimi problematis infirmitas, cum & ipſi auctori ſit cognita; (nam ſubdit in ſcholio) *ne alicui videatur infirma ratio præmiſſa, & ſponte ab Euclidea me diſceſſiſſe forma, Ducatur &c.* Idcirco ipſam breuitatis cauſa oſtendere prætermittimus, hoc tantùm adnotamus, demonſtrationem, quam ſubdit in ſcholio, vt ſuccurrat laboranti problemati, eodem modo peccare, quo peccat problema octauum, ſextũ, quintum, ſecundum, & prima ſolutio primi.

Problema Vndecimum corruit cum problemate nono cui innititur. Sed ad problema Duodecimum.

PROBLEMA XII.

Datis circulo, & duobus punctis inæqualiter à centro diſtantibus, oportet ab ipſis ducere in peripheria conuexa lineas ad angulum, vt protracta in circulo, relinquant duas æquales chordas, & erit etiam illud reflexionis punctum in conuexo.

Sit circulus circa centrum A, duo puncta B C, à quibus fiant tãgentes B D, C E, & inclinentur ſimul ad angulũ, vt B F C, quem biſfaciam ſecet deinde linea F I G, & circulum in I puncto. Dico hoc punctũ efficere problema: nimirum iunctis lineis B I M, C I K portiones in circulo L M, L K fieri æquales. Secetur biſariam angulus B I C linea N I A L, & æqualis C I ponatur O I, & iungatur C O in duobus triangulis C N I, O N I, latera duo C I, I N paria duobus alijs I O, I N ſunt; & de ſpecie anguli oppoſiti tertio lateri conſtat: Ideo ſunt triangula, æquiangula, & Fig. 51.

æqua-

æqualia, & anguli deinceps ad N æquales, ideo recti. Ductis deinde L M, L K, in alijs duobus triangulis L M I, N I O ſunt duo anguli vnius duobus angulis alterius æquales, ſcilicet N I O ad vertices M I L, & anguli ad M N recti: Igitur reliquus M L I erit N O I reliquo æqualis. Idem in duobus triangulis L K I, & C N I oſtendetur, & cum C N I, O N I ſint æquales, & æquales ſint L M I, L K I, vnde anguli M I L, K I L, & eis verticales C I N, O I N æquales. Ideo I M, I K in circulo pares ſiunt, & punctum I reſpectu punctorum B, C, ſit punctum reflexionis. Quod erat demonſtrandum.

Hìc in primis non determinatur ſpecies anguli B F C, ad quem in clinandæ ſunt rectæ B D, C E. Deinde, quando comparat inter ſe triangula C N I, O N I, vt anguli deinceps ad N probentur recti, nõ neceſsè eſt, vt conſtet de ſpecie anguli oppoſiti tertio lateri, ſed ſatis arguitur æqualitas per quartam primi Euclidis: nam duo latera C I, C N ſunt æqualia duobus lateribus O I, O N; & anguli æqualibus lateribus contenti C I N, N I O per conſtructionem æquales, cum bifariam ſecuerit angulũ BIC linea N I A L, vnde ſequitur triangulũ triangulo æquale eſſe, & angulos ad N deinceps inter ſe eſſe æquales, & conſequenter rectos. Tandem aſſumit angulos ad M, & N vti rectos, ſed non probat. Vnde tota corruit demonſtratio.

In problemate decimo tertio, decimo quarto, & decimo quinto ineptius tantum variatur, & confunditur conſtructio, reſeruata duodecimi problematis eadem paralogiſtica argumentandi ratione.

Poſt decimum quintum problema affert neſcio cuius Algebricę diſputationis inuolucrum; in quo quid ſibi velit ignoro: hoc tantùm ſcio, non eſſe dubitandi locum, quando radix aliqua ſurda, ſeu irrationalis alicuius poteſtatis ducenda eſt in radicẽ rationalem, oportere rationalem radicem ad eundem gradum ſcalarem eleuari, in quo reperitur poteſtas illius radicis ſurdæ, quæ eſt multiplicanda, & poteſtatum inter ſe multiplicatarum radix erit productum. Quod quæritur. In cœteris Dauus ſum, non Oedipus vſque ad problema decimumſextum.

PROBLEMA XVI.

Datis duobus punctis: vno in circulo, alio extra circulum, vel vtroque extra circulum, poſſibile eſt inuenire punctum in circumferentia dati circuli ita vt angulum contentum à lineis à prædictis punctis

ad

ad punctum inuentum ductis diuidat per æqualia linea per centrum in illo puncto circulũ contingẽti occurrens. Eſt Vitellionis prop. CXXXV. libri primi, & Alhazeni propoſitio XXXVI. lib. quinti.

Sit circulus circa centrum C, & duo puncta poſitione A B (nec aliter fieri oportet, ſi alterum in peripheria ſiſteret) problema conſtruere, vt imperatum eſt. Ducantur lineæ A B, & A C, portionis autem interceptæ D E ſit ſemiſſis D F. Dico punctum F eſſe illud in peripheria quæſitum. Erigatur F K ſuper C F in F puncto ad angulos rectos, & in producta B F aſſumatur F G æqualis ductæ A F: anguli igitur in triangulo A F G (iuncta nimirum A G) ſunt F A G, F G A ſuprà baſim iſoſcelis. Ergo æquales, & cum duo latera A F, F H (educta ſcilicet C F in H) duobus lateribus F G, F H, angulique duo oppoſiti duorũ triangulorũ A F H, G F H æquales: Ideo prorſus æqualia ſunt duo illa triãgula, & anguli deinceps H æquales, hoc eſt recti: Ideo A G æquidiſtãs ipſi K F. Ergo anguli A G F, & B F K interni, et externi ſunt pares, nec nõ & coalterni G A F, A F K. At duo anguli F A G, F G A erant æquales: Ideò angulus B F A diuiſus eſt bifariam linea K F, quæ ad extremum diametri ſuper F puncto erecta eſt: Ideo ad angulos rectos. Igitur factum eſt quod oportuit. Fig. 52.

Hic reſtat probandum angulos A F H, G F H eſſe æquales, quos ipſe vocat oppoſitos non ex communi geometricè loquendi modo, ſed ex proprijs principijs à ſe fictis, & ſibi tantùm cognitis: Nam à cœteris Geometris vocarentur contenti æqualibus lateribus A F, F H, & F G, F H. Hoc non probato, quidquid reliquum eſt, ſunt verba mera. Opuſculum clauditur ſequenti adnotatione.

ADNOTATIO.

Methodo tunc breuiſſima quæſtiones abſoluuntur, quotieſcunque ipſius naturæ ſemitam ingredi contingat, à qua longius digredientes difficiliorem inueniunt ſolutionem, & tunc ſæpius ab alijs carpi ſolent, ſi forma efficiendi elegantior detegatur. Præſtaret fortaſſe hic exſcribi tria illa Vitellionis, & Alhazeni problemata, à nobis emendata, & ab ipſis tantum à recta digreſſis methodo, vt ignorarent ex inuoluto diſcurſu ſe ſe expeditius liberare, quam ab opere ipſo mechanico ſubſidia implorando, quod eſt nimium à præceptis geometriæ declinaſſe. At illa hic refferentes, eſſet citra opportunitatem ſtudioſos onerare. & aduerſus eorum genium, qui medullas inquirentes rerum propria augeri in volumen opuſcula refugiunt. Mirum ſane eſſe debet, quod ex-

tot,

tot, qui de Opticis ſcripſerunt auctoribus, ad reformandum tam nobile, & claſſicum argumentum, ſupplendaq; quæ illi deeſſe videntur, ſtudiũ hactenus applicuiſſet nemo. Cæterum de puncto reflexionis libantes cum Opticis egimus phyſicè, namq; differentes de eodem cum motu, ac quiete illud contemplentur.

Hæc ſola deerat adnotatio, vt omnibus numeris abſolutum eſſet opuſculum. A recta via digreſſi ſunt Vitellio, & Albazenus, non hic auctor, hic', inquam, cuius genius eſt medullas rerum inquirere. Quid igitur mirum, ſi inteſtina penetrans, ſordibus, fœdetur? Vides Lector, hac de re qui ſit ſenſus Auctoris, quidem certè non nimis verecundi.

Atq; hîc ipſe meam claudo Appendicem.

Digitized by Google

INDEX ERRORVM
ANTONII SANCTINII
IN
Appendice Inclinationum.

VIx dederam Opuſculum Prælo ſubijciendum cum ad manus meas peruenit libellus, cum inſcriptione tali,

Inclinationum Appendix
Seu το *Geometriæ* πληρωμα
Per Antonium Sanctinium Lucenſem
C. R. S., ac in Almo Vrbis Gymnaſio Profeſſorem.
Impreſſum Macerata ex Typographia
Philippi Camaccij MDCXLVIII.

HVic autem libello rectè inditus eſt Titulus, το πληρωμα, hoc eſt, replementum, quòd ſcilicet errorum ſit plenus.

Porro ex Auctoris nomine ad hunc libellum appoſito, cognoui tandem, cæteros etiam libellos ex eodem fonte manaſſe. Quid enim aliud ſonant literæ illæ in fronte vtriuſque libelli inſcriptæ, A. S. L. quam, Antonium Sactinium Lucenſem? (Quamquam, vt verum fatear, credideram initio id vnum ijs exprimi, Aſinum Sonantem Lyra.) Id ipſum autem ex ijs etiam, quæ mox ſubijciam, planè omnino patebit. Etenim in omnibus hiſce libellis idem eſt dicendi modus, eadem conſtructionum inutilitas, eadem paralogizandi forma; probantur quæ probanda non ſunt, non probantur quæ probanda, præmittuntur propoſitiones falſæ, eliciuntur concluſiones nullam habentes cum præmiſſis connexionem, inſeruntur demum eædem adnotationes ijſdem omnino verbis, vt facile quiuis intelliget, qui ipſos legerit libellos, vnumq; cum alijs contulerit. Sed quoniam velle ſingillatim ex vnoquoque libello errores omnes decerpere, patefacere, & redarguere, laborioſum nimis eſſet, & vtilitas labore non

 com-

compenſaretur, ſatis erit, craſſiores tantū per Indicem innuere; atq; ita publicæ vtilitati abunde ſatisfactum erit. Illud tamen ſilentio prætermittendum ſine ſcelere non puto, quod ille, vtinam non impudenter, certè quidem non ſatis verecundè, in Dedicatoria ſua ſcriptū reliquit, Naturam ſcilicet ſubduxiſſe influxum cæteris ſublimioribus ingenijs, ſibi autem vni ſinum explicaſſe. Sed venio ad errorum Indicem.

Pagina quinta ponitur.

PROBLEMA I.

Duabus datis rectis lineis angulum quemcumq; efficientibus dato extra puncto, & adhuc alia præfinita linea, hanc inter illas poſitione datas aptare, vt ad datum pertineat punctum.

In hoc problemate primo pagina ſeptima, longiore vtitur demonſtratione, vt probet N C eſſe æqualem rectæ A I, quod ex vi parallelarum facile elici poterat. Sed hæc ſunt ea errata, quæ noſtræ humanitati indiuidua benignè indulgenda confidit, vt ipſe ait in Epiſtola ad Lectorem.

Pag. 8. Cum punctum C quæratur in problemate, & non ſit datum, angulus L C D non poteſt dici datus. Quare non ſequitur lineā A I eſſe datam poſitione, eo quod conſtituat angulum A I L æqualem angulo L C D; & quando etiam data eſſet poſitione, non video, quomodo inde erui poſſit eſſe æqualem lineæ A F. Neque lemma ex trigeſimo datorum Euclidis deſumptum confert ad dictam concluſionem eliciendam.

Pag. decima, poſtquam concluſit A F L 2 - F L Q, ideſt duo rectangula ſub A F in F L minus quadrato rectæ F L eſſe æqualia A L F 2 † F L Q, ideſt duobus rectangulis ſub A L in L F, vna cum quadrato rectæ F L, vult lineam L I poſſe alteram partem dictarum æqualitatum, ſed non probat. Et ſi ex conſtructione id reſultare vellet, conſtituenda erat altera linea, quæ poſſet alteram dictarum partium; & demonſtrandum erat eſſe æqualem rectæ L I. Et hæc eſt prima fallacia, qua Auctor ille A. S. L. vſus eſt in ſua ſupplementi Franciſci Vietæ, & Geometriæ inſtauratione; de qua nos plura ſuperius.

In eadem pag. à linea 15. vſque ad 24., vt reuocet ab otio lineam H M, ait. Si colligantur ſpatia E D Q † A E Q † M A F, nihil aliud

eſſe,

eſſe, quam A D Q † A C Q, ideſt quadrata rectarum E D, & A E, vnà cum rectangulo ſub M A in A F, æquari quadratis rectarũ A D, & A C, quod non probatur (aduertat hic Lector me obſeruaſſe Typorum correctionem.) Et deinde poſt nonnulla triangulorum amblygoniorum, & quadratorũ inuolucra, concludit lineam D C poſſe quadratum rectæ H F, ſeu D L, vnà cum quadrato rectæ H M, ſeu C L. Quod abſque tot inuolucris patet ex conſtructione, cum D L facta ſit æqualis interuallo H F, & C L ad angulos rectos inſiſtat ipſi C L; & D C ſit baſis trianguli rectanguli D L C.

Pag. 11. incipiendo à linea 25. paginæ decimæ vſque ad 24. vndecimæ, longam texit conſtructionem, non docendo qua ratione ductus id faciat; & vni, vel alteri ex ſuperioribus methodis demonſtrandi ſe remittit, quæ præterquam quod fallaces demonſtratæ ſunt, huic certè conſtructioni aptari minime poſsũt.

A linea vero 25. pag. vndecimæ vſqne ad 7. pag. duodecimæ vtitur compendioſiori methodo; atque vt compendioſior appareat, non vtitur ad demonſtrandum ijs, quibus vſus eſt ad conſtruendum, & arte mira elicit quam vult concluſionem, cum ea non præmiſerit, ex quibus elici poſſit.

Quidquid reliquum eſt paginæ duodecimæ, & pag. 13. totum paralogiſticum eſt, cum conſtructio expediatur per ea, quorum conſtructio ignoratur: hoc eſt, vt linea L V intercepta inter A H, & H C, quæ pertineat ad punctum D, æquetur externæ G. Quod hucuſque non eſse demonſtratum oſtendimus. Deinde non aſſignatur punctũ N, ex quo cadat N I perpendicularis ſuper H V: tandem aucto, vel diminuto quadrato H V differentia quadratorum H L, N I, non demonſtratur lineam N C pertinere ad punctum D. Tot ſimul paucisſimis lineis cumulandi erant errores, vt tres ſubderet deridendas adnotationes.

A pag. 14. vſque ad 19., tranſcribit tertiam, quartam, & quintam propoſitionem ſupplementi Franciſci Vietæ, vt pag. 18. quintam Vietæ propoſitionem ſua pſeudographica conſtructione deturpet.

Pagina 19. proponit.

PROBLEMA II.

INter duas rectas lineas ad angulum recto minorem inclinatas præfinitam ponere, quæ ad datum pertineat punctum.

Quod in primo problemate in quolibet angulo generaliter propoſuerat, in hoc determinat, ad angulum minorem recto, & per totã paginam 20. tripliciter. variè, & inutiliter conſtruens.

Pag. 21. linea 4. ait. *Repetatur ſchema primum cum lineis opportunis*, ex quo patet inutilitas conſtructionis. Et linea 12. ait. *Et tota F H ſecetur biſariam oſtendetur eſſe in E puncto*. Sed nunquam oſtenditur.

Pag, 22. addit adnotationem, in qua ait. *Si D H fiat aqualis duobus B C, erit ducta A H relinquens interceptam G H aqualem B C*. Sed non probat.

Pag. 23, nihil probat eorum, quæ aſſerit.

Pag. 24. proponit,

PROBLEMA III.

Datis duabus rectis lineis, totidem medias inter eas collocare lineas in analogia continua,

In quo pergit per eandem ſemitam, per quam pergit Nicomedes: Sed id, quod ille expedit linea conchoide, hic auctor expedit altera, ex præmiſſis methodo: nam pag. 25. linea ſecunda ait. *Igitur ex altera ex præmiſſis methodo à puncto H ponatur I K aqualis A E, ſiue H C*, cum qua fallaci methodo huiuſce etiam problematis conſtructio corruit.

Pag. 27 vſque ad 30 incluſiue proponit querelas Anderſoni, ob defectum geometriæ, cui ait ex ſupra inductis ſatis eſſe ſuppletum; & audacter planè nimis ſcripſiſſe alios, qui ſuppleri non poſſe affirmarunt. Et certè ex aliorum audacia huiuſce Auctoris modeſtia magis eluceſcit, quæ maxima eſt, præcipue in ſequenti lemmate.

Pag. 31. proponit.

PROBLEMA IIII.

Data circuli peripheria, & in ea puncto; dataq; linea præfinita: illam inter conuexum, & eductam chordam inclinare, vt ad punctum pertineat datum.

Quod vniuerſaliter proponit, determinat; & quando data peripheria eſt ſemicirculus, pnnctum in illa datum in quadrantis vertice, & linea data eſt æqualis ſemidiametro, rectè conſtruit problema; &

reſpectu

reſpectu cœterorum non male demonſtrat, Sed

Pag. 34, & 35 in ſua adnotatione ſecunda, quando data eſt maior, vel minor ſemidiametro non aſsumit ſubtenſam quadranti, vti mediam in ſerie trium proportionalium, quarum differentia ſit linea data, ſed aſsumit quandam lineam, vt ipſe ait, temperatam maiorem, vel minorem ſubtenſa quadranti, prout linea data maior eſt, vel minor ſemidiametro. Quod falſum eſse patet, tum ex ſuperiori huiuſce auctoris demonſtratione, tum ex ijs, quæ nos ſuperius cum Vitellione demonſtrauimus, detegentes rimas Geometriæ reſtauratæ ab Auctore illo incognito A. S. L.

Pag. 36. proponit.

PROBLEMA V.

Dato ſemicirculo, & puncto in eius peripheria vltra verticem; lineaq; ſemidiametro æquali: illam inter conuexum, & eductam diametrum ponere, vt ad datum pertineat punctum.

In hoc problemate præter conſtructionis ineptiam: nam ea aſsumit in conſtructione, quibus non vtitur in demonſtratione; quo circa pagina 37 linea ſecunda ait. *Quod, vt ſine confuſione linearum oſtendi queat.* In ipſa etiam conſtructione in fine paginæ 36 ait. *Diſtantia vero ſemidiametri ſignetur punctum E; vtroq; enim modo haberi licebit.* Quod non probat.

Pagina 37., & 38. tantùm concludit rectangulum E D F excedere quadratum rectæ A D duplici rectangulo ſub F A in C G, & æquari quadrato rectæ A I. Sed non probat F E eſſe æqualem ſemidiametro; Quod erat probandum. Neque A I aſſumpta eſt media trium proportionalium, quarum differentia ſit æqualis ſemidiametro: Nam A I inuenta eſt tantum, poſtquam facta eſt tota conſtructio.

Pagina 38. & 39. eſt inſulſa adnotatio: nam vt limitet rectã F A, à quadrato A I ſubtrahit quadratum A D oblitus in ſua conſtructione, neceſse eſſe prius dari rectam F A, quam quadratum A I.

Quod vero pagina 39. ex analogiſmo Algebriſtarum eruit, cuius addit ratiocinationem ſpecioſam, locum non habet, niſi ſit factum quod in problemate faciendum erat; hoc eſt, vt F E ſit æqualis ſemidiametro A C, cognitum punctum E, & cognita linea A L. Sed ad demonſtrandum id factum eſſe nihil omnino confert.

Pagina 40. ponit ſecundam adnotationem, in qua non probatur

lineam

lineam E L, quæ ponitur æqualis F E habere extremum L cadens in linea C H, quæ à centro ſemicirculi ducitur diuidens ſemicirculum in duas partes æquales: nam quotieſcunque punctum L non caderet in linea C H, non amplius F E eſſet æqualis ſemidiametro A C. Sed ex hac adnotatione colligi poteſt, Quod ſi inter concauam ſemicirculi peripheriam, & lineam, quæ à centro ſemicirculi ducta diuidit bifariam ſemicirculum, aptetur linea æqualis ſemidiametro, ita ut ad datum in ſemicirculo punctum perueniat, ſi hæc linea producatur, ita ut concurrat cum educta diametro, lineam illam quæ inter conuexum ſemicirculi, & diametrum eductam intercipitur, ſemidiametro ſemicirculi æqualem fore.

Pagina 41. attemperat (vt ipſe ait) lineam pro qualitate datæ, ſeu ſit maior, ſeu minor ſemidiametro, ſed non docet, quare eo modo attemperet, & interceptam eſſe æqualem datæ, vt ſupra oſtendendum dicit, hoc eſt ſeruata ſemper ratiocinandi ineptia.

A pagina 42. vſque ad paginam 56. eodem modo progreditur, ac in ſuperiori problemate, retenta eâdem conſtruendi ineptia, ratiocinandi fatuitate, & inſcitia in probando, & faciendo ea per ea, quæ eſſe non poſſunt, niſi factum ſit, quod faciendum.

A pagina 56. vſque ad paginam 63. emendat Franciſci Vietæ, & Archimedis propoſitiones, adhibendo ſuas methodos. Infelices Archimedem, & Vietam, quibus contigit ſua ſcripta à tanto homine non corrigi, ſed deprauari,

Pagina 63. proponit.

PROBLEMA XVI.

IN vno, eodemque circulo ſimiles, ac inæquales duas portiones ſuſcipere.

Miror, quod in hoc problemate non afferat, ſe emendare Euclidis elementa, cum huius problematis effectio ipſis elementis contraria ſit: nam lib. 3. defin. decima ait Euclides, Similia circuli ſegmenta ſunt, quæ angulos capiunt æquales, aut in quibus anguli inter ſe ſunt æquales. Et propoſ. 26. eiuſdem libri demonſtrat, in æqualibus circulis æquales angulos æqualibus peripherijs inſiſtere, ſiue ad centra, ſiue ad peripherias conſtituti inſiſtant. Quod in eodem circulo magis ſemper verificatur. Quare in eodem circulo ſimiles portiones æquales eſse neceſſe eſt. Vt autem probet hæc abſurda, in abſurdiora labi neceſs: eſt. nam.

Pa-

Pagina 64. linea 5. probat B D C, E H G eſse inæquales ex euidentia, cum in geometricis ſenſu probare ſit vitioſiſſimum; & linea 26. neſcio ex qua vi præmiſſarum abſurdiſſimè concludit. *Ideo ratio eadem ſit arcus B D ad D C, quæ G H ad H E: ſiue alternè B D ad G H, vt D C ad H E: ſiue componendo, & per conuerſionem: ſiue diuidendo. Igitur nihil officit ad argumentandum de angulis, vt factum eſt de peripherijs ſimul congruè ad centrum poſtea relatis. Quare in circulo eodem duæ ſumptæ fuerunt portiones ſimiles, & inæquales. Quod erat faciendum.* Et hæc omnia, quæ in geometria ſunt abſurdiſsima, vt concluſiones elicit ex ijs, quæ cum hiſce ineptijs nihil commune habent; non ſecus ac ſiquis diceret hoc ita eſſe, quia ita eſt.

Pagina 65., & 66. ſubdit adnotationem primam, quam ſequentibus verbis, quæ fideliſſimè reddo, exorditur.

ADNOTATIO PRIMA.

Verum, quæ recenter inducuntur, niſi ad vltimũ principiorum fuerint reſoluta, agnouimus frequenter ingerere ſcrupula, præſertim ijs, qui non adnodum ſunt prouecti, & ad Criticen ſiunt procliuiores. Et fateor hæc mihi non tantum ingerere *ſcrupula*, (vt iuxta Sanctij Grammaticam loquar, qui Muſas omnes peſſimis habet deſpectas modis, non tantum enim Geometricas, ſed Grammaticas etiam leges omnes peruertit) imò maximos ingerere ſcupulos, & me non ſolum in huiuſmodi rebus non eſſe prouectum, ſed nunquam potuiſſe induci ad credendum, tantam vel ineptiam, vel audaciam poſſe reperiri in Viro, qui publicè matheſim profiteretur, vt ſimilia typis ederet; nam poſtquã oſtendit portiones competentes angulis æqualibus B K F, & G L F eſſe ſimiles in diuerſis circulis, ſed non probauit, eſſe æquales, vel inæquales: non enim reſpexit ad æqualitatem, vel inæqualitatem circulorũ. Pagina 66. linea 8. ait: *Et quod in diuerſis circulis contingit, in vno, & eodem fieri circulo aſſumi poſſe oſtendit problema præmiſsũ.* Ad quod oſtendendum addita eſt hæc adnotatio. Quare ad ſumpta in hac adnotatione probantur per ea, quæ erant in hac adnotatione probanda. Miror, quod hic non dicat ſe emendare Logicam Ariſtotelis: vt autem euidentius id confirmet à linea decima eiuſdem paginæ 66. vſque ad finem dictæ adnotationis adeo, & toties in geometriam peccat, vt non ſit neceſſe adnotare.

Pagina 67., & 68., vt tollat omnem ſcrupulum, ponit ſecundam adno-

adnotationem: nam in fine paginæ 68. ait. *Et hæc addere ſuſtinuimus ad omnem tollendum ſcrupulum in ſequentibus præter familiarem nobis ſtilum.* In qua adnotatione adeo tollit ſcrupulos, vt à geometriæ legibus eam omnino liberet. Quod faciendum erat, vt, quod contra Euclidis elementa propoſuerat, problema abſolueret.

Pagina 69. proponit.

PROBLEMA XVII.

Angulum planum quemcumque ſecare tripartitò, & in alia qualibet analogia per ſolas quinque lineas, & iactans à ſe inuentam per ſemiſſem paginæ 70.

Pagina 71., & 72. conſtructionem ſuam demonſtrat per problema primum, quod fallax oſtendimus.

Pagina 73. ſibi familiares adnotationes ſubdit.

Pagina 74. proponit.

PROBLEMA XVIII.

Angulum datum planum ſecare trifariam per circuli peripherias. Expedire ſectiones omnes poteramus vno actu generali; at lubet incitati rei pulchritudine per nonnullos excurrere, & vt ijs, qui hoc fieri poſſe inficias ire directè opponamus factum, ſcilicet pro heptagono, ac enneagono &c.

In hoc problemate, ſicuti in cœteris omnibus vſque ad paginam 104. ſuas fallacias adſtruit ex demonſtratione ſuperioris problematis, quod directè contra Euclidis elementa eſse oſtendimus, & infinita fallaciarum, & mendacium propoſitionum copia ſuffultum: cùm verò eodem modo procedat in cœteris propoſitionibus, quæ ſunt excurſus huiuſce propoſitionis vniuerſaliter propoſitæ, & particulariſſime, ineptè tamen ſemper expeditæ, in quibus aſsumit in eodem circulo portiones inæquales, aſserens eſse ſimiles, menſurat angulos arcubus circulorum, quibus dicti anguli neque ad centrum, neque ad circumferentiam inſiſtunt; confundit conuerſionem, permutationem, compoſitionem, diuiſionemq; rationis; nulla neceſſitate concluſiones ineptas elicit. Tandem nulla eſt pagina, quæ erroribus non ſcateat; atque hi quidem legentibus omnibus, etiam imperitis, ſe ſe ſtatim obijciunt.

Pagina

Pagina 104. vſque ad paginam 106. incluſiuè, poſt tot fallacias ineptias, ac fatuitates, ſelegit Kepplerum, cum quo velitet, eo quod heptagoni geometricam deſcriptionem ex numero impoſſibilium aſſeruerit. Atque hanc ad rem animum reflectere curioſum duximus, non ſolum propter ſummam Viri audaciam, ſed etiam quia pulcherrimum eſt theatrale ſpectaculum, Aſinum cum Leone dimicantem aſpicere.

Pagina 107. vſque ad pag. 114. proponit alteram heptagoni delineationem, vt ipſe ait Analyſtis fortaſſe opportunam, cum tribus adnotationibus. Quam vt demonſtret, ait in fine pag. 107. *Si igitur initio facto à puncto C ſepties circumducatur amplitudo ipſius C G, vt G H, H I, I K, K L, L M, M C; in ſecunda cirulatione regredietur ad idem C punctum.* Sed non probat; cui ſubdit tres adnotationes, quarum ſecunda ab ipſo Heraclito poſſet riſum excutere: Nam in ipſa non probatur, arcum C D eſſe ſeptimam partem circuli, quod eſſet probandum, ſed ſuppoſito, quod ſit, perquirit chordam arcus dupli. Adnotatio vero tertia, quotieſcunque non ſit inuentum latus heptagoni, omnino corruit.

Pag. 114. proponit nouam methodum inueniendi duas medias proportionales inter duas rectas datas, & vltra ineptam conſtructionem.

Pag. 115. linea 17. ait *à quibus ſublati æquales F B I, G F L, C G T erunt reſſidui A B I, X F L, H G T æquales,* ſed nunquam probauit angulos F B I, G F L, C G T eſſe inter ſe æquales.

Pag. 116., & pag. 117. ſubduntur duæ adnotationes ſuis figmentis innixæ.

Pag. 119. proponitur problema, quod per ſuas methodos cōſtruit.

Pag. 129. proponit.

PROBLEMA XXX.

Arcus Pentagoni congruus habetur determinatus ante iſoſcelis trianguli conditionarij conſtructionem, ſcilicet, in quo angulus vterius ad baſim eſt ad reliquum verticis in ratione dupla. Quod vt probet.

Pag. 130. linea 4. ait. *Et ſiquidem ab æqualibus B A G, B I A angulis æquales anguli B A I, B G A ſubtrahi concipiantur, relinquentur æquales G A I, G I A anguli ſupra baſim A I.* Quæ concluſio quomo-

do elici poſſit non video: Nam angulo B G A nihil commune eſt cũ angulo G I A. Sed ob facilitatem non pigebit demonſtrare, non tantum arcum C G non probari ab Auctore eſſe arcum pentagoni, ſed non eſſe, examinata per canonem trigonometricum ipſius Auctoris conſtructione: Nam per ipſius conſtructionem poſito ſinu toto C B partium 100000. erit eius tertia pars 33333 ⅓ tangens anguli E C B, qui ſemiſſis eſt anguli E A B; & angulus E A B eſt ſemiſſis anguli G A C. Quare angulus E C B erit quarta pars anguli G A C, qui ponitur ab Auctore angulus ad centrum pentagoni, qui eſſe deberet graduum 72. Sed poſita tangente 33333 ⅓ habetur in tabula correſpondens arcus graduum 18, 26, 6, cuius quadruplum eſt arcus gr. 73. 44. 24 maior; quam arcus pentagoni.

Paginam 131. complet duabus ſuis adnotationibus, quæ problemati innixæ, cum ipſo problemate corruunt.

Pagina 132. vſque ad paginam 135. verſatur in expoſitione ſequentis problematis cum duabus etiam adnotationibus.

PROBLEMA XXXI.

A*Rcus heptagoni congruus habetur determinatus ante iſoſcelis conditionarij conſtructionem, nempe in quo angulus verticis eſt ad reliquos in ratione ſubtripla.* Quod vt probet,

Pagina 133. linea 4. ait. *Cum ſint anguli A L B, A B L æquales, ſicuti angulus L A E in centro æquatur angulo G B E, quia iſte ſuper duplam inſiſtit peripheriam.* Et his præmiſſis ſtatim eruit hanc concluſionem. *Ergo duo anguli A B L, G B E euadunt æquales.* Cum non probauerit angulum A B L eſſe æqualem angulo, qui ſit æqualis angulo G B E.

Sed vt in ſuperiori hæc methodus facillimè falſa oſtenditur; cum poſito ſinu toto 100000. ipſius quarta pars 25000, euadat tangens graduum 14. 2. 10, cuius quadruplum deberet æquari arcui heptagoni, quod verum non eſt: nam quadruplum gr. 14. 2. 10. eſt gr. 56. 8. 40, & arcus heptagoni eſt gr. 51 ³⁄₇

Pag. 135. proponit.

PROBLEMA XXXII.

A*Rcus in circulo congruus enneagono, habetur ante inuentionem ſui trianguli conditionarij.* Quod vt probet,

Pa-

Pagina 136. linea 7. ait. *Igitur anguli N A M, A M B alterni ſunt æquales; & A N B, N B M æquales, vt æquales C A N, C B M in centro, & ad arcum.* Deinde elicit concluſionem ſequentem. *Quare tres C A N, N A M, M A L æquantur.* Quæ concluſio ex vi præmiſſarum nullo modo elici poteſt: nam neuter angulorum N A M, M A L oſtenſus eſt æqualis angulo C A N, aut angulo C B M, cui oſtenſus eſt æqualis C A N, neque inter ſe oſtenſi ſunt æquales.

Pagina 137. ſibi familiari adnotatione claudit hanc ſuam Inclinationum Geometriæ Appendicem, cuius corrupta, & adulterina merce, ſi magni Geometræ nauis oneraretur (vt vtar ioco, quo Auctor ſuam adnotationem claudit,) vniuerſa profecto geometria miſerrimum naufragium faceret.

Pagina 139. alterius opuſculi titulus ſubditur

Inclinationum.
Geometriæ.
Parergon.
Eodem Auctore.

Pagina 140. in epiſtola ad Lectorem videtur agnoſcere ſuum partum, ideſt opuſculum de reflexionis puncto, cuius rimas ſuperius deteximus; & fatetur induſtria obſtetrice caruiſſe: & meritò poſtulare ſibi reflecti. Quare ait, ſe fungi officio Criticis ſublato, ſed melius dixiſſet, ſe Vrſarum more Catulos ſuos lambere, infœliciori tamen exitu: nam vt ex ſequentibus apparebit, nullam meliorem formam tribuit.

Pagina 141. proponit.

PROBLEMA I.

D*Ato circulo, & duobus punctis inæqualiter à centro remotis, duas inclinare lineas ad angulum in peripheria, quem biſariam diameter dirimat.*

Hoc eſt idem problema primum ipſius opuſculi de Reflexionis puncto, & eodem modo conſtruitur, & eâdem fallacia demonſtratur, qua vſus eſt in eodem opuſculo, menſurando angulos arcubus circulorum, quibus dicti anguli neque ad centrum, neque ad peripheriam inſiſtunt.

Pagina 144. proponit.

PROBLEMA II.

D*Atis iiſdem circulo, & duobus punctis: illud idem præſtare.*

Quæ eſt ſolutio vndecima primi problematis eiuſdem opuſculi, & ab ipſa differt tantum, quòd in diagrammate punctum, quod in opuſculo notatur charactere L, hic notatur charactere H; & quod in opuſculo notatur charactere H, hic notatur charactere L. Sed eâdem fallacia vtitur.

Pagina 145. proponit.

PROBLEMA III.

D*Atis circulo, & duobus punctis intra ambitum in ſitu, vbi lineâ connectens per centrum non tranſeat; idem efficere.*

Hoc eſt problema ſecundum opuſculi, ſed diuerſimodè conſtruitur, & demonſtratur, ſeruatâ tamen inter cæteras fallacias fallaciâ demonſtrandi per angulos, qui menſurantur arcubus circuli, quibus neque ad centrum, neque ad peripheriam inſiſtunt.

Pagina 149. proponit problema quartum, quod eſt idem cum problemate quarto opuſculi, & eodem modo conſtruitur, & demonſtratur, & tantum differt, quòd

Pagina 150. linea 8. ait. *Et angulus BGH reflexus biſecatur à diametro.* Sed non probat GK eſſe diametrum, & in opuſculo ait lineam GK tranſire per centrum circuli. Sed non probat.

Pagina 152. proponit problema quintum, in quo rectè corrigit problema ſeptimum opuſculi.

Pagina 153. proponit problema ſextum, quod idem eſt, ac problema quintum opuſculi, & eodem modo conſtruitur: demonſtratur autem diuerſa fallacia: nam linea 22. ait. *Ideo homologa latera erunt in eadem ratione, nempe HO ad OD, vt OC ad OG; & iterum HO ad OC, vt DO ad OG, & permutando HO ad DO, vt OC ad OG.* Ex quibus præmiſſis elicit hanc concluſionem. *Ergo æquales erunt DO, & OC*, quæ nullo modo erui poteſt.

Pagina 154. proponit problema ſeptimum, quod eſt octauum opuſculi, quod eâdem fallacia demonſtrat, ac ſuperius.

Pagina 155. proponit problema octauum, quod coincidit cum ſexto opuſculi; & ſicuti in opuſculo conſtruxit, vt problema primum, ita conſtruit hoc problema, vt problema primum, ſed demonſtrat alia

methodò, non minus fallaci, quam prima: nam ait. *Et connectatur C K fieri ad diametrum perpendicularis, progreſſu oſtendetur*. Sed nunquam oſtenditur. Vt fideliter redderem verba Auctoris, ſolœciſmum reddidi; & licet plures, & plures ſint in vniuerſo opere, tamen, cum res, non verba concordare intendam, & Mathematici, non Grammatici fungar officio, eos omnes miſſos facio.

Pagina 156. addit ſcholium, in quo approbat conſtructionem problematis ſexti opuſculi, quam falſam docuimus.

Pagina 157. proponit problema nonum, quod coincidit cum nono opuſculi, ſed diuerſimodè conſtruitur; & probatur, ſemper tamen paralogiſticè: nam aſſumitur I K, vt ſemiſſis exceſſus anguli B L I ſupra angulum C L I. Sed non probatur.

Pagina 158. proponit problema decimum, quod coincidit cum decimo opuſculi, & ſicuti in decimo opuſculi eâdem fallacia procedit, qua vſus eſt in nono, ita in hoc decimo problemate eâdem vtitur fallacia, qua vſus eſt in ſuperiori.

Pagina 159. proponit problema vndecimum, quod coincidit cum vndecimo opuſculi, & eodem modo conſtruitur, & penè demonſtratur; tantum differt, quòd in hoc problemate, vt probet arcum S P eſſe æqualem arcui O I, quod reſtabat demonſtrandum in opuſculo.

Pagina 160. linea 14. ait. *A ſemicirculo H S O, L P I, ſi communis arcus L S ſubducatur, erunt relicti arcus S O, P I æquales*. Quod non probat, niſi quotieſcunq; ſint æquales arcus S P, & O I. Quod probandum.

Pagina 161. proponit ſcholium, quod coincidit cum ſcholio vndecimi problematis opuſculi, & rectè procedit.

Pagina 162. proponit.

PROBLEMA XII.

D*Ata linea pro baſe, ratione laterum, & magnitudine lineæ biſecante angulum verticis, inuenire triangulum.*

In hoc problemate linea G biſecans angulum verticis datur indeterminata, quæ tamen determinanda erat, vt eſſet minor, quam duplũ minoris ſegmenti baſis B C.

Pagina 163. proponit problema decimum tertium, quod coincidit cum duodecimo opuſculi, & eodem modo conſtruitur; & licet tantiſper differat in demonſtratione, tamen eſt eadem fallacia: nam aſſumitur

mitur A I N, vt perpendicularis lineæ C O. Quod non probatur.

Pagina 165. proponit problema decimum quartum, quo aliter ſoluit problema decimum tertium. Sed eodem paralogiſmo vtitur ad demonſtrandum.

Pagina 167. proponit problema decimum quintum, quod coincidit cum decimo ſexto opuſculi, & diuerſimodè conſtruitur, ſed eâdē fallacia demonſtratur, licet hic malitioſius ſe geſſerit: Nam

Pag. 168. linea 9. ait. *Ergo duo triangula B I L, L I K duo latera B I, I L, & I K, I L æqualia habentia, & eidem lateri oppoſita, ergo ſimilia, & æqualia erunt*. Sed non ait, quæ ſint hæc oppoſita eidem lateri, vt inde colligi poſſit eſſe triangula ſimilia: at quidem patet non eſſe demonſtratum triangula illa habere eas qualitates, ex quibus colligi poſſit, quod ſint ſimilia.

Pagina 169, 170, & 171. pro varia poſitione datorum punctorum, variè conſtruit, ſed eâdem vtitur paralogiſtica demonſtratione.

Pagina 172. conſueta ſibi adnotatione claudit opuſculum ſperans, ſe abunde deficientem Geometriam suppleuiſſe; & certè, ſi quid deerat Geometriæ, vt radicitus extirparetur, abunde ab hoc auctore suppletum eſt. Sed poſtquam opus ſuum clauſit, neſcio quod adhuc erectum videns Geometriæ fundamentum, reaſſumit ligonem, vt omnino extirpet, & addit.

PROBLEMA VINDICATUM.

OPortet neſcio quid grande ſub hoc titulo contineri, & certè continetur: eſt enim tripartitum hoc problema, cuius prima pars tantum ab Auctore, ſecunda à Legentibus, tertia neque à Legentibus, neque ab Auctore intelligitur. Huius enim problematis pars quę tantum ab Auctore intelligitur, eſt illa, qua putat ſuis hiſce figmentis, & delirijs ſe poſſe vniuerſis imponere, & Mathematici nomen acquirere: altera, quæ tantum à Legentibus, & non ab Auctore, eſt, omnia eſſe errorum, & paralogiſmorum plena, & craſſam vndequaque ignorantiam redolere: variè enim, & inutiliter conſtruit, & ijs, quibus vtitur ad conſtruendum, non vtitur ad demonſtrandum: nam pro tàm varia conſtructionum forma, quæ nuncupla eſt, vnica tantùm vtitur demonſtratione, in qua non tantùm non docet, quare eo modo conſtruxerit, ſed pulcherrimum paralogiſmum conſtruit: Nam pagina 10. eiuſdem Problematis Vindicati linea tertia ait. *Ergo per ſecundam,*

dam, & tertiam lib. 6. H E eſt ad H G vt eadem H E, ſeu B F ad B A. Quod non eſt verum: nam ex ſecunda lib. 6. Euclidis erit quidem, vt H G ad G A, ita H E, ſeu F B ad B A; & per ſextam lib. 6. Euclidis erit, vt H E ad H G, ita B A ad G A. Sed nunquàm erui poterit eſſe, vt H E ad H G, ita H E, ſeu B F ad B A. Pars verò, quæ neque ab Auctore, neque à Legentibus intelligitur, eſt feſtiuum illud, quo claudit ſuum Problema Vindicatum, quod temulentam hilaritatem rectius, quàm feſtiuum, quid nuncupaſſet: Nam à ſobrio Viro talia fuiſſe edita, ebrij eſſet affirmare.

FINIS.

Errata. Corrigenda.

Pag.	Lin.	Errata	Corrige
4	30	immò	imò
5	vltima	quibns	quibus
19	7	date	datæ
39	12	Qnia	Quia
48	10	conſiſteret	conſiſteret
50	19	cœteris	cæteris
50	29	canonem	canonem
56	5	*augnlo*	*angulo*
56	21	*qnod*	*quod*
56	24	*bac*	*hac*
56	26	Criticetu	Criticem
57	12	demoſtratione	demonſtratione
57	14	poſſct	poſſet
60	29	*tranrferatur*	*transferatur*
62	31	cœteris	cæteris
63	15	*uō*	*nō*
63	30	*ndbis*	*nobis*
69	prima	cœterorum	cæterorum
72	21	cœteris	cæteris
72	25	cœteris	cæteris

AD COMPACTOREM.

Tabula Diagrammatum in fine ponenda eſt, & ita componenda, vt tota poſſit extra libellum explicari.

